2023年全国高考数学试卷压轴题

甲卷

一、选择题

11．在四棱锥$P-ABCD$中，底面$ABCD$为正方形，$AB=4$，$PC=PD=3$，$\angle PCA=45°$，则$\triangle PBC$的面积为

A．$2\sqrt{2}$　　B．$3\sqrt{2}$　　C．$4\sqrt{2}$　　D．$5\sqrt{2}$

12．已知椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{6}=1$，$F_1$、$F_2$为两个焦点，$O$为原点，$P$为椭有圆上一点，$\cos\angle F_1PF_2=\frac{3}{5}$，则$|OP|=$

A．$\frac{2}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{30}}{2}$　　C．$\frac{3}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{35}}{2}$

二、填空题

15．在正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，E，F分别为CD，A_1B_1的中点，则以EF为直径的球面与正方体每条棱的交点总数为与正方体每条棱的交点总数为______.

16．在$\triangle ABC$中，$AB=2$，$\angle BAC=60°$，$BC=\sqrt{6}$，AD平分$\angle BAC$交BC于点D，则$AD=$____.

三、解答题

20．设抛物线C：$y^2=2px(p>0)$，直线$x-2y+1=0$与C交于A，B两点，且$|AB|=4\sqrt{15}$.

（1）求p的值；

（2）设C的焦点为F，M，N为C上的两点，$\overrightarrow{MF}\cdot\overrightarrow{NF}=0$，求$\triangle MNF$面积的最小值.

21．已知$f(x)=ax-\frac{\sin x}{\cos^3 x}$，$x\in(0,\frac{\pi}{2})$.

（1）当$a=8$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)<\sin 2x$，求a的取值范围.

2023年全国高考数学试卷压轴题

乙卷

一、选择题

11．设 A，B 为双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{9}=1$ 上两点，下列四个点中，可为线段 AB 中点的是

A．（1，1）　　B．（－1，2）　　C．（1，3）　　D．（－1，－4）

12．已知⊙O 的半径为 1，直线 PA 与⊙O 相切于点 A，直线 PB 与⊙O 交于 B，C 两点，D 为 BC 的中点，若 $|PO|=\sqrt{2}$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PD}$ 的最大值为

A．$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$　　B．$\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2}$　　C．$1+\sqrt{2}$　　D．$2+\sqrt{2}$

二、填空题

15．已知 $\{a_n\}$ 为等比数列，$a_2a_4a_5=a_3a_6$，$a_9a_{10}=-8$，则 $a_7=$______．

16．设 $a\in(0,1)$，若函数 $f(x)=a^x+(1+a)^x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，则 a 的取值范围是______．

三、解答题

20．已知椭圆 C：$\dfrac{y^2}{a^2}+\dfrac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$，点 $A(-2,0)$ 在 C 上．

（1）求 C 的方程；

（2）过点 $(-2,3)$ 的直线交 C 于点 P，Q 两点，直线 AP，AQ 与 y 轴的交点分别为 M，N，证明：线段 MN 的中点为定点．

21．已知函数 $f(x)=(\dfrac{1}{x}+a)ln(1+x)$．

（1）当 $a=-1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（2）是否存在 a，b，使得曲线 $y=f(\dfrac{1}{x})$ 关于直线 $x=b$ 对称，若存在，求 a，b 的值，若不存在，说明理由．

（3）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 存在极值，求 a 的取值范围．

2023 年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题（单选）

7．已知 α 为锐角，$\cos\alpha=\dfrac{1+\sqrt{5}}{4}$，则 $\sin\dfrac{\alpha}{2}=$

A．$\dfrac{3-\sqrt{5}}{8}$　　B．$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{8}$　　C．$\dfrac{3-\sqrt{5}}{4}$　　D．$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{4}$

8．记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_4=-5$，$S_6=21S_2$，则 $S_8=$

A．120　　B．85　　C．-85　　D．-120

二、选择题（多选）

11．若函数 $f(x)=a\ln x+\dfrac{b}{x}+\dfrac{c}{x^2}$ $(a\neq0)$ 既有极大值也有极小值，则

A．$bc>0$　　B．$ab>0$　　C．$b^2+8ac>0$　　D．$ac<0$

12．在信道内传输 0，1 信号，信号的传输相互独立．发送 0 时，收到 1 的概率为 $\alpha(0<\alpha<1)$，收到 0 的概率为 $1-\alpha$；发送 1 时，收到 0 的概率为 $\beta(0<\beta<1)$，收到 1 的概率为 $1-\beta$．考虑两种传输方案：单次传输和三次传输．单次传输是指每个信号只发送 1 次，三次传输 是指每个信号重复发送 3 次．收到的信号需要译码，译码规则如下：单次传输时，收到的信号即为译码；三次传输时，收到的信号中出现次数多的即为译码（例如，若依次收到 1，0，1，则译码为 1）．

A．采用单次传输方案，若依次发送 1，0，1，则依次收到 1，0，1 的概率为 $(1-\alpha)(1-\beta)^2$

B．采用三次传输方案，若发送 1，则依次收到 1，0，1　概率为 $\beta(1-\beta)^2$

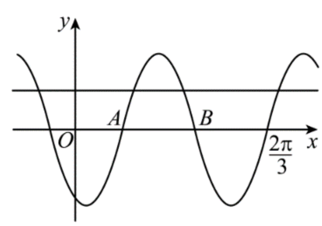
C．采用三次传输方案，若发送 1，则译码为 1 的概率为 $\beta(1-\beta)^2+(1-\beta)^3$

D．当 $0<\alpha<0.5$ 时，若发送 0，则采用三次传输方案译码为 0 的概率大于采用单次传输方案译码为 0 的概率

三、填空题

15．已知直线 l：$x-my+1=0$ 与⊙C：$(x-1)^2+y^2=4$ 交于 A，B 两点，写出满足“$\triangle ABC$ 面积为 $\dfrac{8}{5}$”的 m 的一个值______．

16．已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$，如图 A，B 是直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 与曲线 $y=f(x)$ 的两个交点，若 $|AB|=\dfrac{\pi}{6}$，则 $f(\pi)=$______．



四、解答题

21．已知双曲线 C 的中心为坐标原点，左焦点为$(-2\sqrt{5}，0)$，离心率为$\sqrt{5}$．

（1）求 C 的方程；

（2）记 C 的左、右顶点分别为 A_1，A_2，过点$(-4，0)$的直线与 C 的左支交于 M，N 两点，M 在第二象限，直线 MA_1 与 NA_2 交于点 P．证明：点 P 在定直线上．

22．（1）证明：当 $0<x<1$ 时，$x-x^2<sinx<x$；

（2）已知函数 $f(x)=cosax-ln(1-x^2)$，若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点，求 a 的取值范围．

2023年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题（单选）

7．记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，设甲：$\{a_n\}$ 为等差数列；乙：$\{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列，则

A．甲是乙的充分条件但不是必要条件

B．甲是乙的必要条件但不是充分条件

C．甲是乙的充要条件

D．甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8．已知 $sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$，$cos\alpha sin\beta=\frac{1}{6}$，则 $cos(2\alpha+2\beta)=$

A．$\frac{7}{9}$　　B．$\frac{1}{9}$　　C．$-\frac{1}{9}$　　D．$-\frac{7}{9}$

二、选择题（多选）

11．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(xy)=y^2f(x)+x^2f(y)$，则

A．$f(0)=0$　　B．$f(1)=0$　　C．$f(x)$ 是偶函数　　D．$x=0$ 为 $f(x)$ 的极小值点

12．下列物体中，能够被整体放入棱长为 1（单位：m）的正方体容器（容器壁厚度忽略不计）内的有

A．直径为 0.99m 的球体

B．所有棱长均为 1.4m 的四面体

C．底面直径为 0.01m，高为 1.8m 的圆柱体

D．底面直径为 1.2m，高为 0.01m 的圆柱体

三、填空题

15.已知函数 $f(x)=cos\omega x-1(\omega>0)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 有且仅有 3 个零点，则 ω 的取值范围是______.

16．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2．点 A 在 C 上，点 B 在 y 轴上，$\overrightarrow{F_1A}\perp\overrightarrow{F_1B}$，$\overrightarrow{F_2A}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$，则 C 的离心率为______.

四、解答题

21．甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，规则如下：若命中则此人继续投篮，若未命中则换为对方投篮．无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为 0.6，乙每次投篮的命中率均为 0.8．由抽签确定第 1 次投篮的人选，第 1 次投篮的人是甲、乙的概率各为 0.5．

（1）求第 2 次投篮的人是乙的概率；

（2）求第 i 次投篮的人是甲的概率；

（3）已知：若随机变量 X_i 服从两点分布，且 $P(X_i=1)=1-P(X_i=0)=q_i$，$i=1$，2，…，n，则 $E(\sum_{i=1}^{n}X_i)=\sum_{i=1}^{n}q_i$．记前 n 次（即从第 1 次到第 n 次投篮）中甲投篮的次数为 Y，求 $E(Y)$．

22．在直角坐标系 xOy 中，点 P 到 x 轴的距离等于点 P 到点 $(0，\frac{1}{2})$ 的距离，记动点 P 的轨迹为 W．

（1）求 W 的方程；

（2）已知矩形 $ABCD$ 有三个顶点在 W 上，证明：矩形 $ABCD$ 的周长大于 $3\sqrt{3}$．

2022年全国高考数学试卷压轴题

甲卷

一、选择题

11．设函数 $f(x)=sin(\omega x+\frac{\pi}{3})$ 在区间 $(0,\pi)$ 恰有三个极值点、两个零点，则 ω 的取值范围是

$A.\ [\frac{5}{3},\ \frac{13}{6})$　　$B.\ [\frac{5}{3},\ \frac{19}{6})$　　$C.\ (\frac{13}{6},\ \frac{8}{3}]$　　$D.\ (\frac{13}{6},\ \frac{19}{6}]$

12．已知 $a=\frac{31}{32}$，$b=cos\frac{1}{4}$，$c=4sin\frac{1}{4}$，则

A．$c>b>a$　　B．$b>a>c$　　C．$a>b>c$　　D．$a>c>b$

二、填空题

15．从正方体的 8 个顶点中任选 4 个，则这 4 个点在同一个平面的概率为______.

16．已知△ABC 中，点 D 在边 BC 上，$\angle ADB=120°$，$AD=2$，$CD=2BD$．当 $\frac{AC}{AB}$ 取得最小值时，$BD=$______.

三、解答题

20．设抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 $D(p,\ 0)$，过 F 的直线交 C 于 M，N 两点．当直线 MD 垂直于 x 轴时，$|MF|=3$.

（1）求 C 的方程；

（2）设直线 MD，ND 与 C 的另一个交点分别为 A，B，记直线 MN，AB 的倾斜角分别为 α，β．当 $\alpha-\beta$ 取得最大值时，求直线 AB 的方程.

21．已知函数 $f(x)=\frac{e^x}{x}-lnx+x-a$.

（1）若 $f(x)\geqslant 0$，求 a　取值范围；

（2）证明：若 $f(x)$ 有两个零点 x_1，x_2，则 $x_1x_2<1$.

2022 年全国高考数学试卷压轴题

乙卷

一、选择题

11．双曲线 C 的两个焦点为 F_1，F_2，以 C 的实轴为直径的圆记为 D，过 F_1 作 D 的切线与 C 交于 M，N 两点，且 $\cos\angle F_1NF_2=\dfrac{3}{5}$，则 C 的离心率为

A．$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$　　D．$\dfrac{\sqrt{17}}{2}$

12．已知函数 $f(x)$，$g(x)$ 的定义域均为 R，且 $f(x)+g(2-x)=5$，$g(x)-f(x-4)=7$．若 $y=g(x)$ 的图像关于直线 $x=2$ 对称，$g(2)=4$，则 $\sum\limits_{k=1}^{22} f(k)=$

A．-21　　B．-22　　C．-23　　D．-24

二、填空题

15．记函数 $f(x)=\cos(\omega x+\varphi)(\omega>0,\ 0<\varphi<\pi)$ 的最小正周期为 T，若 $f(T)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$x=\dfrac{\pi}{9}$ 为 $f(x)$ 的零点，则 ω 的最小值为______．

16．已知 $x=x_1$ 和 $x=x_2$ 分别是函数 $f(x)=2a^x-ex^2$（$a>0$ 且 $a\neq1$）的极小值点和极大值点．若 $x_1<x_2$，则 a 的取值范围是______．

三、解答题

20．已知椭圆 E 的中心为坐标原点，对称轴为 x 轴、y 轴，且过 $A(0,\ -2)$，$B(\dfrac{3}{2},\ -1)$ 两点．

（1）求 E 的方程；

（2）设过点 $P(1,\ -2)$ 的直线交 E 于 M，N 两点，过 M 且平行于 x 轴的直线与线段 AB 交于点 T，点 H 满足 $\overline{MT}=\overline{TH}$．证明：直线 HN 过定点．

21．已知函数 $f(x)=\ln(1+x)+axe^{-x}$．

（1）当 $a=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,\ f(0))$ 处的切线方程；

（2）若 $f(x)$ 在区间 $(-1,\ 0)$，$(0,\ +\infty)$ 各恰有一个零点，求 a 的取值范围．

2022年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题（单选）

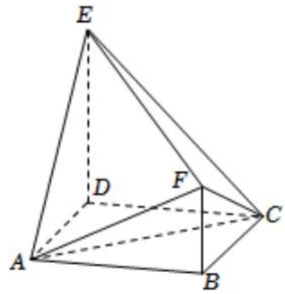
7．已知正三棱台的高为1，上、下底面边长分别为$3\sqrt{3}$和$4\sqrt{3}$，其顶点都在同一球面上，则该球的表面积为

A．100π　　*B*．128π　　*C*．144π　　*D*．192π

8．已知函数$f(x)$的定义域为R，且$f(x+y)+f(x-y)=f(x)f(y)$，$f(x)=1$，则$\sum\limits_{k=1}^{22} f(k)=$

A．-3　　*B*．-2　　*C*．0　　*D*．1

二、选择题（多选）



11．如图，四边形$ABCD$为正方形，$ED\perp$平面$ABCD$，$FB/\!/ED$，$AB=ED=2FB$，记三棱锥$E-ACD$，$F-ABC$，$F-ACE$，的体积分别为V_1，V_2，V_3，则

A．$V_3=2V_2$　　*B*．$V_3=V_1$　　*C*．$V_3=V_1+V_2$　　*D*．$2V_3=3V_1$

12．若x，y满足$x^2+y^2-xy=1$，则

A．$x+y\leqslant 1$　　*B*．$x+y\geqslant -2$　　*C*．$x^2+y^2\leqslant 2$　　*D*．$x^2+y^2\geqslant 1$

三、填空题

15．设点$A(-2,3)$，$B(0,a)$，若直线AB关于$y=a$对称的直线与圆$(x+3)^2+(y+2)^2=1$有公共点，则a的取值范围是______.

16．已知直线l与椭圆$\dfrac{x^2}{6}+\dfrac{y^2}{3}=1$在第一象限交于$A$，$B$两点，$l$与$x$轴，$y$轴分别交于$M$，$N$两点，且$|MA|=|NB|$，$|MN|=2\sqrt{3}$，则$l$　方程为______.

四、解答题

21．已知双曲线C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$的右焦点为$F(2,0)$，渐近线方程为$y=\pm\sqrt{3}x$.

（1）求C的方程；

（2）过F的直线与C的两条渐近线分别交于A，B两点，点$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$在C上，且$x_1>x_2>0$，$y_1>0$．过P且斜率为$-\sqrt{3}$的直线与过Q且斜率为$\sqrt{3}$的直线交于点M.从下面①②③中选取两个作为条件，证明另外一个成立：

①M在AB上；

②$PQ/\!/AB$；

③$|MA|=|MB|$.

注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分.

22．已知函数$f(x)=xe^{ax}-e^{x}$.

（1）当$a=1$时，讨论$f(x)$的单调性；

（2）当$x>0$时，$f(x)<-1$，求a的取值范围；

（3）设$n\in N^{*}$，证明：$\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{2^2+2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n^2+n}}>ln(n+1)$.

2022年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题（单选）

7．设 $a=0.1e^{0.1}$，$b=\frac{1}{9}$，$c=-ln0.9$，则

A．$a<b<c$　　B．$c<b<a$　　C．$c<a<b$　　D．$a<c<b$

8．已知正四棱锥的侧棱长为 l，其各顶点都在同一球面上. 若该球的体积为 36π，且 $3\leqslant l\leqslant 3\sqrt{3}$，则该正四棱锥体积的取值范围是

A．$[18,\ \frac{81}{4}]$　　B．$[\frac{27}{4},\ \frac{81}{4}]$　　C．$[\frac{27}{4},\ \frac{64}{3}]$　　D．$[18,\ 27]$

二、选择题（多选）

11．已知 O 为坐标原点，点 $A(1,1)$ 在抛物线 C：$x^2=2py(p>0)$ 上，过点 $B(0,-1)$ 的直线交 C 于 P，Q 两点，则

A．C 的准线为 $y=-1$　　B．直线 AB 与 C 相切

C．$|OP||OQ|>|OA|^2$　　D．$|BP||BQ|>|BA|^2$

12．已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 R，记 $g(x)=f'(x)$，若 $f(\frac{3}{2}-2x)$，$g(2+x)$ 均为偶函数，则

A．$f(0)=0$　　B．$g(-\frac{1}{2})=0$　　C．$f(-1)=f(4)$　　D．$g(-1)=g(2)$

三、填空题

15．若曲线 $y=(x+a)e^x$ 有两条过坐标原点的切线，则 a 的取值范围是______.

16．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$C$ 的上顶点为 A，两个焦点为 F_1，F_2，离心率为 $\frac{1}{2}$. 过 F_1 且垂直于 AF_2 的直线与 C 交于 D，E 两点，$|DE|=6$，则△ADE 的周长是______.

四、解答题

21．已知点 $A(2,1)$ 在双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{a^2-1}=1(a>1)$ 上，直线 l 交 C 于 P，Q 两点，直线 AP，AQ 的斜率之和为 0.

（1）求 l 的斜率；

（2）若 $\tan\angle PAQ=2\sqrt{2}$，求△PAQ 的面积.

22．已知函数 $f(x)=e^x-ax$ 和 $g(x)=ax-lnx$ 有相同的最小值．

（1）求 a；

（2）证明：存在直线 $y=b$，其与两条曲线 $y=f(x)$ 和 $y=g(x)$ 共有三个不同的交点，并且从左到右的三个交点的横坐标成等差数列．

2021 年全国高考数学试卷压轴题

甲卷

一、选择题

11．已知 A，B，C 是半径为 1 的球 O 的球面上的三个点，且 $AC\perp BC$，$AC=BC=1$，则三棱锥 $O-ABC$ 的体积为

A．$\dfrac{\sqrt{2}}{12}$　　B．$\dfrac{\sqrt{3}}{12}$　　C．$\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

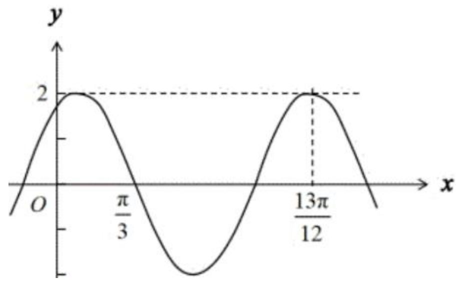
12．设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(x+1)$ 为奇函数，$f(x+2)$ 为偶函数，当 $x\in[1,2]$时，$f(x)=ax^2+b$．若 $f(0)+f(3)=6$，则 $f(\dfrac{9}{2})=$

A．$-\dfrac{9}{4}$　　B．$-\dfrac{3}{2}$　　C．$\dfrac{7}{4}$　　D．$\dfrac{5}{2}$

二、填空题

15．已知 F_1，F_2 为椭圆 C：$\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$的两个焦点，$P$，$Q$ 为 C 上关于坐标原点对称的两点，且 $|PQ|=|F_1F_2|$，则四边形 PF_1QF_2 的面积为______．

16．已知函数 $f(x)=2cos(\omega x+\varphi)$的部分图像如图所示，则满足条件$(f(x)-f(-\dfrac{7\pi}{4}))(f(x)-f(\dfrac{4\pi}{3}))>0$ 的最小正整数 x 为______．



三、解答题

20．抛物线 C 的顶点为坐标原点 O，焦点在 x 轴上，直线 l：$x=1$ 交 C 于 P，Q 两点，且 $OP\perp OQ$．已知点 $M(2,0)$，且⊙M 与 l 相切．

（1）求 C，⊙M 的方程；

（2）设 A_1，A_2，A_3，是 C 上的三个点，直线 A_1A_2，A_1A_3 均与⊙M 相切，判断 A_2A_3 与⊙M 的位置关系，并说明理由．

21．已知 $a>0$ 且 $a\neq1$，函数 $f(x)=\dfrac{x^a}{a^x}\ (x>0)$．

（1）当 $a=2$ 时，求 $f(x)$的单调区间；

（2）若曲线 $y=f(x)$与直线 $y=1$ 有且仅有两个交点，求 a 的取值范围．

2021 年全国高考数学试卷压轴题

乙卷

一、选择题

11．设 B 是椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的上顶点，若 C 上的任意一点 P 都满足 $|PB|\leqslant 2b$，则 C 的离心率 e 的取值范围是

A．$[\frac{\sqrt{2}}{2}，1)$　　B．$[\frac{1}{2}，1)$　　C．$(0，\frac{\sqrt{2}}{2}]$　　D．$(0，\frac{1}{2}]$

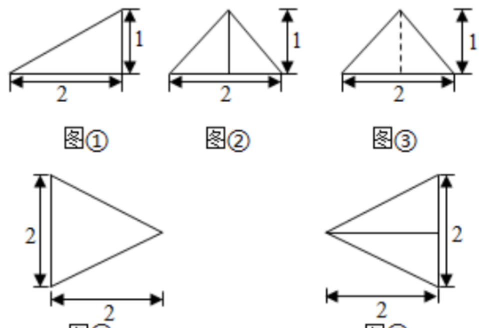
12．设 $a=2ln1.01$，$b=ln1.02$，$c=\sqrt{1.04}-1$，则

A．$a<b<c$　　B．$b<c<a$　　C．$b<a<c$　　D．$c<a<b$

二、填空题

15．记三角形△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，面积为 $\sqrt{3}$，$B=60^{\circ}$，$a^2+c^2=3ac$，则 $b=$______．

16．以图①为正视图与俯视图，在图②③④⑤中分别选两个作为侧视图和俯视图，组成某个三棱锥的三视图，则所选为侧视图和俯视图的编号依次为______．



图①　图②　图③　图④　图⑤

三、解答题

20．设函数 $f(x)=ln(a-x)$，已知 $x=0$ 是函数 $y=xf(x)$ 的极值点．

（1）求 a；

（2）设函数 $g(x)=\frac{x+f(x)}{xf(x)}$，证明：$g(x)<1$．

21．已知抛物线 C：$x^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，且 F 与圆 M：$x^2+(y+4)^2=1$ 上点的距离的最小值为 4．

（1）求 p；

（2）若点 P 在 M 上，PA，PB 是 C 的两条切线，A，B 是切点，求△PAB 的最大值．

2021 年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题（单选）

7．已知 $a=log_5 2$，$b=log_8 3$，$c=\frac{1}{2}$，则下列判断正确的是

A．$c<b<a$　　B．$b<a<c$　　C．$a<c<b$　　D．$a<b<c$

8．已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R，$f(x+2)$ 为偶函数，$f(2x+1)$ 为奇函数，则

A．$f(-\frac{1}{2})=0$　　B．$f(-1)=0$　　C．$f(2)=0$　　D．$f(4)=0$

二、选择题（多选）

11．已知直线 l：$ax+by-r^2=0$ 与圆 C：$x^2+y^2=r^2$，点 $A(a，b)$，则下列说法正确的是

A．若点 A 在圆 C 上，则直线 l 与圆 C 相切

B．若点 A 在圆 C 内，则直线 l 与圆 C 相离

C．若点 A 在圆 C 外，则直线 l 与圆 C 相离

D．若点 A 在直线 l 上，则直线 l 与圆 C 相切

12．设正整数 $n=a_0\cdot 2^0+a_1\cdot 2+\cdots+a_{k-1}\cdot 2^{k-1}+a_k\cdot 2^K$，其中 $a_i\in\{0，1\}$，记 $\omega(n)=a_0+a_1+\cdots+a_k$，则

A．$\omega(2n)=\omega(n)$　　B．$\omega(2n+3)=\omega(n)+1$

C．$\omega(8n+5)=\omega(4n+3)$　　D．$\omega(2^n-1)=n$

三、填空题

15．已知向量 $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$，$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=|\vec{c}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=$________．

16．已知函数 $f(x)=|e^x-1|$，$x_1<0$，$x_2>0$，函数 $f(x)$ 的图象在点 $A(x_1，f(x_1))$ 和点 $B(x_2，f(x_2))$ 的两条切线互相垂直，且分别交 y 轴于 M，N 两点，则 $\frac{|AM|}{|BN|}$ 取值范围是________．

四、解答题

21．一种微生物群体可以经过自身繁殖不断生存下来，设一个这种微生物为第 0 代，经过一次繁殖后为第 1 代，再经过一次繁殖后为第 2 代……，该微生物每代繁殖的个数是相互独立的且有相同的分布列，设 X 表示 1 个微生物个体繁殖下一代的个数，$P(X=i)=p_i(i=0，1，2，3)$．

（1）已知 $p_0=0.4$，$p_1=0.3$，$p_2=0.2$，$p_3=0.1$，求 $E(X)$；

（2）设 p 表示该种微生物经过多代繁殖后临近灭绝的概率，p 是关于 x 的方程：$p_0+p_1x+p_2x^2+p_3x^3=x$ 的一个最小正实根，求证：当 $E(X)\leq 1$ 时，$p=1$，当 $E(X)>1$ 时，$p<$

1；

（3）根据你的理解说明（2）问结论的实际含义.

22．已知函数$f(x)=(x-1)e^x-ax^2+b$.

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）从下面两个条件中选一个，证明：$f(x)$有一个零点.

①$\frac{1}{2}<a\leqslant\frac{e^2}{2}$，$b>2a$；

②$0<a<\frac{1}{2}$，$b\leqslant 2a$.

2021 年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题（单选）

7．若过点$(a，b)$可以作曲线$y=e^x$的两条切线，则

A．$e^b<a$　　B．$e^a<b$　　C．$0<a<e^b$　　D．$0<b<e^a$

8．有 6 个相同的球，分别标有数字 1，2，3，4，5，6，从中有放回的随机取两次，每次取 1 个球，甲表示事件“第一次取出的球的数字是 1”，乙表示事件“第二次取出的球的数字是 2”，丙表示事件“两次取出的球的数字之和是 8”，丁表示事件“两次取出的球的数字之和是 7”，则

A．甲与丙相互独立　　B．甲与丁相互独立

C．乙与丙相互独立　　D．丙与丁相互独立

二、选择题（多选）

11．已知点 P 在圆$(x-5)^2+(y-5)^2=16$上，点 $A(4，0)$、$B(0，2)$，则

A．点 P 到直线 AB 的距离小于 10　　B．点 P 到直线 AB 的距离大于 2

C．当$\angle PBA$最小时，$|PB|=3\sqrt{2}$　　D．当$\angle PBA$最大时，$|PB|=3\sqrt{2}$

12．在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AB=AA_1=1$，点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=\lambda\overrightarrow{BC}+\mu\overrightarrow{BB_1}$，其中 $\lambda\in[0，1]$，$\mu\in[0，1]$，则

A．当 $\lambda=1$ 时，$\triangle AB_1P$ 的周长为定值

B．当 $\mu=1$ 时，三棱锥 $P-A_1BC$ 的体积为定值

C．当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，有且仅有一个点 P，使得 $A_1P\perp BP$

D．当 $\mu=\dfrac{1}{2}$ 时，有且仅有一个点 P，使得 $A_1B\perp$ 平面 AB_1P

三、填空题

15．函数 $f(x)=|2x-1|-2\ln x$ 的最小值为______.

16．某校学生在研究民间剪纸艺术时，发现剪纸时经常会沿纸的某条对称轴把纸对折，规格为 $20dm\times12dm$ 的长方形纸，对折 1 次共可以得到 $10dm\times12dm$，$20dm\times6dm$ 两种规格的图形，它们的面积之和 $S_1=240dm^2$，对折 2 次共可以得到 $5dm\times12dm$，$10dm\times6dm$，$20dm\times3dm$ 三种规格的图形，它们的面积之和 $S_2=180dm^2$，以此类推，则对折 4 次共可以得到不同规格图形的种数为______；如果对折 n 次，那么 $\sum\limits_{k=1}^{n}S_k=$______$dm^2$.

四、解答题

21．在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $F_1(-\sqrt{17}，0)$、$F_2(\sqrt{17}，0)$，$|MF_1|-|MF_2|=2$，点 M 的轨迹为 C.

（1）求 C 的方程；

（2）设点 T 在直线 $x=\dfrac{1}{2}$ 上，过 T　两条直线分别交 C 于 A、B 两点和 P，Q 两点，且 $|TA|\cdot|TB|=|TP|\cdot|TQ|$，求直线 AB 的斜率与直线 PQ 的斜率之和.

22．已知函数 $f(x)=x(1-lnx)$.

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）设 a，b 为两个不相等的正数，且 $blna-alnb=a-b$，证明：$2<\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}<e$.

2020年全国高考数学试卷压轴题

III卷

一、选择题

11．设双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的左、右焦点分别为 F_1，F_2，离心率为 $\sqrt{5}$．P 是 C 上一点，且 $F_1P\perp F_2P$．若△PF_1F_2 的面积为 4，则 $a=$

A．1　　*B*．2　　*C*．4　　*D*．8

12．已知 $5^5<8^4$，$13^4<8^5$．设 $a=log_5 3$，$b=log_8 5$，$c=log_{13} 8$，则

A．$a<b<c$　　*B*．$b<a<c$　　*C*．$b<c<a$　　*D*．$c<a<b$

二、填空题

15．已知圆锥的底面半径为 1，母线长为 3，则该圆锥内半径最大的球的体积为______．

16．关于函数 $f(x)=sinx+\dfrac{1}{\sin x}$ 有如下四个命题：

①$f(x)$ 的图像关于 y 轴对称；

②$f(x)$ 的图像关于原点对称；

③$f(x)$ 的图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称；

④$f(x)$ 的最小值为 2．

其中所有真命题的序号是______．

三、解答题

20．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{m^2}=1$（$0<m<5$）的离心率为 $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，A，B 分别为 C 的左、右顶点．

（1）求 C 的方程；

（2）若点 P 在 C 上，点 Q 在直线 $x=6$ 上，且 $|BP|=|BQ|$，$BP\perp BQ$，求△APQ 的面积．

21．设函数 $f(x)=x^3+bx+c$，曲线 $y=f(x)$ 在点（$\dfrac{1}{2}$，$f(\dfrac{1}{2})$）处的切线与 y 轴垂直．

（1）求 b；

（2）若 $f(x)$ 有一个绝对值不大于 1 的零点，证明：$f(x)$ 所有零点的绝对值都不大于 1．

2020 年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题

11．若 $2^x-2^y<3^{-x}-3^{-y}$，则

A．$ln(y-x+1)>0$　　B．$ln(y-x+1)<0$　　C．$ln|x-y|>0$　　D．$ln|x-y|<0$

12．0－1 周期序列在通信技术中有着重要应用。序列 $a_1a_2\cdots a_n\cdots$满足 $a_1\in\{0,1\}(i=1,2,\cdots)$，且存在正整数 m，使得 $a_{i+m}=a_i(i=1,2,\cdots)$成立，则称其为 0－1 周期数列，并称满足 $a_{i+m}=a_i(i=1,2,\cdots)$的最小正整数 m 为这个序列的周期．对于周期为 m 的 0－1 序列 $a_1a_2\cdots a_n\cdots$，$C(k)=\dfrac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}a_ia_{i+k}$ $(k=1,2,\cdots,m-1)$是描述其性质的重要指标。下列周期为 5 的 0－1 序列中，满足 $C(k)\leqslant\dfrac{1}{5}$ $(k=1,2,3,4)$的序列是

A．11010　　B．11011　　C．10001　　D．11001

二、填空题

15．设复数 z_1，z_2满足$|z_1|=|z_2|=2$，$z_1+z_2=\sqrt{3}+i$，则$|z_1-z_2|=$______．

16．设有下列四个命题：

p_1：两两相交且不过同一点的三条直线必在同一平面内

p_2：过空间中任意三点有且仅有一个平面

p_3：若空间两条直线不相交，则这两条直线平行

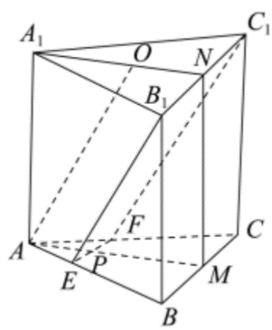
p_4：若直线 $l\subset$平面 α，直线 $m\perp$平面 α，则 $m\perp l$

则下列命题中所有真命题的序号是______．

①$p_1\wedge p_4$　　②$p_1\wedge p_2$　　③$\neg p_2\vee p_3$　　④$\neg p_3\vee\neg p_4$

三、解答题

20．如图已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$的底面是正三角形，侧面 BB_1C_1C 是矩形，M，N 分别为 BC，B_1C_1的中点，P 为 AM 上一点，过 B_1C_1和 P 的平面交 AB 于 E，交 AC 于 F．



（1）证明：$AA_1\,//\,MN$，且平面 $A_1AMN\perp$面 EB_1C_1F；

（2）设 O 为$\triangle A_1B_1C_1$的中心，若 $AO\,//$面 EB_1C_1F，且 $AO=AB$，求直线 B_1E 与平面 A_1AMN 所成角的正弦值．

21．已知函数 $f(x)=sin^2xsin2x$．

（1）讨论 $f(x)$在$(0,\pi)$上的单调性；

（2）证明：$|f(x)|\leqslant\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$；

（3）证明：$sin^2xsin^22xsin^24x\cdots sin^22^nx\leqslant\dfrac{3^n}{4^n}$．

2020年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题

11．已知⊙M：$x^2+y^2-2x-2y-2=0$，直线 l：$2x+y+2=0$，P 为 l 上的动点，过点 P 作⊙M 的切线 PA，PB，切点为 A，B，当 $|PM|\cdot|AB|$ 最小时，直线 AB 的方程为

A．$2x-y-1=0$　　B．$2x+y-1=0$　　C．$2x-y+1=0$　　D．$2x+y+1=0$

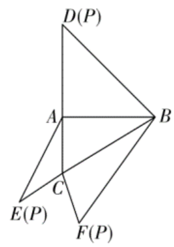
12．若 $2^a+\log_2 a=4^b+2\log_4 b$，则

A．$a>2b$　　B．$a<2b$　　C．$a>b^2$　　D．$a<b^2$

二、填空题

15．已知 F 为双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\,(a>0，b>0)$ 的右焦点，A 为 C 的右顶点，B 为 C 上的点，且 BF 垂直于 x 轴．若 AB 的斜率为 3，则 C 的离心率为______．

16．如图，在三棱锥 $P-ABC$ 的平面展开图中，$AC=1$，$AB=AD=\sqrt{3}$，$AB\perp AC$，$AB\perp AD$，$\angle CAE=30°$，则 $\cos\angle FCB=$______．



三、解答题

20．已知 A，B 分别为椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+y^2=1\,(a>1)$ 的左、右顶点，G 为 E 的上顶点，$\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{GB}=8$．$P$ 为直线 $x=6$ 上的动点，PA 与 E 的另一交点为 C，PB 与 E 的另一交点为 D．

（1）求 E 的方程；

（2）证明：直线 CD 过定点．

21．已知函数 $f(x)=e^x+ax^2-x$．

（1）当 $a=1$ 时，讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)\geqslant\frac{1}{2}x^3+1$，求 a 的取值范围．

2019 年全国高考数学试卷压轴题

III卷

一、选择题

11．设 $f(x)$ 是定义域为 R 的偶函数，且在 $(0,+\infty)$ 单调递减，则

A．$f(\log_3\frac{1}{4})>f(2^{-\frac{3}{2}})>f(2^{-\frac{2}{3}})$　　B．$f(\log_3\frac{1}{4})>f(2^{-\frac{2}{3}})>f(2^{-\frac{3}{2}})$

C．$f(2^{-\frac{3}{2}})>f(2^{-\frac{2}{3}})>f(\log_3\frac{1}{4})$　　D．$f(2^{-\frac{2}{3}})>f(2^{-\frac{3}{2}})>f(\log_3\frac{1}{4})$

12．设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\frac{\pi}{5})(\omega>0)$，已知 $f(x)$ 在 $[0,2\pi]$ 有且仅有 5 个零点，下述四个结论：

①$f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 有且仅有 3 个极大值点

②$f(x)$ 在 $(0,2\pi)$ 有且仅有 2 个极小值点

③$f(x)$ 在 $(0,\frac{\pi}{10})$ 单调递增

④ω 的取值范围是 $[\frac{12}{5},\frac{29}{10})$

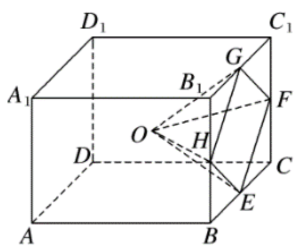
其中所有正确结论的编号是

A．①④　　B．②③　　C．①②③　　D．①③④

二、填空题

15．设 F_1，F_2 为椭圆 C：$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$ 的两个焦点，M 为 C 上一点且在第一象限．若△MF_1F_2 为等腰三角形，则 M 的坐标为______．

16．学生到工厂劳动实践，利用 3D 打印技术制作模型．如图，该模型为长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 挖去四棱锥 $O-EFGH$ 后所得几何体，其中 O 为长方体的中心，E，F，G，H 分别为所在棱的中点，$AB=BC=6cm$，$AA_1=4cm$，3D 打印所用原料密度为 $0.9g/cm^3$，不考虑打印损耗，制作该模型所需原料的质量为______．



三、解答题

20．已知函数 $f(x)=2x^3-ax^2+b$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）是否存在 a，b，使得 $f(x)$ 在区间 $[0,1]$ 的最小值为 -1 且最大值为 1？若存在，求出 a，b 的所有值；若不存在，说明理由．

21．已知曲线 C：$y=\frac{x^2}{2}$，D 为直线 $y=-\frac{1}{2}$ 上的动点，过 D 作 C 的两条切线，切点分别为 A，B.

（1）证明：直线 AB 过定点；

（2）若以 $E(0,\ \frac{5}{2})$ 为圆心的圆与直线 AB 相切，且切点为线段 AB 的中点，求四边形 $ADBE$ 的面积.

2019 年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题

11．设 F 为双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>0,\ b>0)$ 的右焦点，O 为坐标原点，以 OF 为直径的圆与圆 $x^2+y^2=a^2$ 交于 P，Q 两点．若 $|PQ|=|OF|$，则 C 的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．$\sqrt{5}$

12．设函数 $f(x)$ 的定义域为 R，满足 $f(x+1)=2f(x)$，且当 $x\in(0,1]$ 时，$f(x)=x(x-1)$．若对任意 $x\in(-\infty,m]$，都有 $f(x)\geqslant-\dfrac{8}{9}$，则 m 的取值范围是

A．$(-\infty,\dfrac{9}{4}]$　　B．$(-\infty,\dfrac{7}{3}]$　　C．$(-\infty,\dfrac{5}{2}]$　　D．$(-\infty,\dfrac{8}{3}]$

二、填空题

15．$\triangle ABC$ 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c．若 $b=6$，$a=2c$，$B=\dfrac{\pi}{3}$，则 $\triangle ABC$ 的面积为______．

16．中国有悠久的金石文化，印信是金石文化的代表之一．印信的形状多为长方体、正方体或圆柱体，但南北朝时期的官员独孤信的印信形状是“半正多面体”（图 1）．半正多面体是由两种或两种以上的正多边形围成的多面体．半正多面体体现了数学的对称美．图 2 是一个棱数为 48 的半正多面体，它的所有顶点都在同一个正方体的表面上，且此正方体的棱长为 1．则该半正多面体共有______个面，其棱长为______．（本题第一空 2 分，第二空 3 分．）

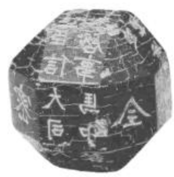


图 1

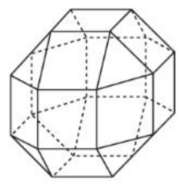


图 2

三、解答题

20．已知函数 $f(x)=\ln x-\dfrac{x+1}{x-1}$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性，并证明 $f(x)$ 有且仅有两个零点；

（2）设 x_0 是 $f(x)$ 的一个零点，证明曲线 $y=\ln x$ 在点 $A(x_0,\ln x_0)$ 处的切线也是曲线 $y=e^x$ 的切线．

21．已知点 $A(-2,0)$，$B(2,0)$，动点 $M(x,y)$ 满足直线 AM 与 BM 的斜率之积为 $-\dfrac{1}{2}$．记 M 的轨迹为曲线 C．

（1）求 C 的方程，并说明 C 是什么曲线；

（2）过坐标原点的直线交 C 于 P，Q 两点，点 P 在第一象限，$PE\perp x$ 轴，垂足为 E，连结 QE 并延长交 C 于点 G.

（i）证明：$\triangle PQG$ 是直角三角形；

（ii）求$\triangle PQG$ 面积的最大值.

2019年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题

11．关于函数 $f(x)=sin|x|+|sinx|$ 有下述四个结论：

①$f(x)$ 是偶函数　　　　　　②$f(x)$ 在区间 $(\frac{\pi}{2}，\pi)$ 单调递增

③$f(x)$ 在 $[-\pi，\pi]$ 有4个零点　　　　④$f(x)$ 的最大值为2

其中所有正确结论的编号是

A．①②④　　B．②④　　C．①④　　D．①③

12．已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上，$PA=PB=PC$，$\triangle ABC$ 是边长为2的正三角形，E，F 分别是 PA，AB 的中点，$\angle CEF=90°$，则球 O 的体积为

A．$8\sqrt{6}\pi$　　B．$4\sqrt{6}\pi$　　C．$2\sqrt{6}\pi$　　D．$\sqrt{6}\pi$

二、填空题

15．甲、乙两队进行篮球决赛，采取七场四胜制（当一队赢得四场胜利时，该队获胜，决赛结束）．根据前期比赛成绩，甲队的主客场安排依次为“主主客客主客主”．设甲队主场取胜的概率为0.6，客场取胜的概率为0.5，且各场比赛结果相互独立，则甲队以4∶1获胜的概率是______．

16．已知双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，过 F_1 的直线与 C 的两条渐近线分别交于 A，B 两点．若 $\overrightarrow{F_1A}=\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{F_1B}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0$，则 C 的离心率为______．

三、解答题

20．已知函数 $f(x)=sinx-ln(1+x)$，$f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导数．证明：

（1）$f'(x)$ 在区间 $(-1，\frac{\pi}{2})$ 存在唯一极大值点；

（2）$f(x)$ 有且仅有2个零点．

21．为治疗某种疾病，研制了甲、乙两种新药，希望知道哪种新药更有效，为此进行动物试验．试验方案如下：每一轮选取两只白鼠对药效进行对比试验．对于两只白鼠，随机选一只施以甲药，另一只施以乙药．一轮的治疗结果得出后，再安排下一轮试验．当其中一种药治愈的白鼠比另一种药治愈的白鼠多4只时，就停止试验，并认为治愈只数多的药更有效．为了方便描述问题，约定：对于每轮试验，若施以甲药的白鼠治愈且施以乙药的白鼠未治愈则甲药得1分，乙药得－1分；若施以乙药的白鼠治愈且施以甲药的白鼠未治愈则乙药得1

分，甲药得－1 分；若都治愈或都未治愈则两种药均得 0 分．甲、乙两种药的治愈率分别记为 α 和 β，一轮试验中甲药的得分记为 X.

（1）求 X 的分布列；

（2）若甲药、乙药在试验开始时都赋予 4 分，$p_i(i=0，1，\cdots，8)$表示“甲药的累计得分为 i 时，最终认为甲药比乙药更有效”的概率，则 $p_0=0$，$p_8=1$，$p_i=ap_{i-1}+bp_i+cp_{i+1}(i=1，2，\cdots，7)$，其中 $a=P(X=-1)$，$b=P(X=0)$，$c=P(X=1)$．假设 $\alpha=0.5$，$\beta=0.8$.

（i）证明：$\{p_{i+1}-p_i\}(i=0，1，2，\cdots，7)$为等比数列；

（ii）求 p_4，并根据 p_4 的值解释这种试验方案的合理性.

2018 年全国高考数学试卷压轴题

III卷

一、选择题

11．设 F_1，F_2是双曲线 C：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0，b>0)$的左，右焦点，O 是坐标原点．过 F_2作 C 的一条渐近线的垂线，垂足为 P．若$|PF_1|=\sqrt{6}|OP|$，则 C 的离心率为

A．$\sqrt{5}$　　*B*．2　　*C*．$\sqrt{3}$　　*D*．$\sqrt{2}$

12．设 $a=log_{0.2}0.3$，$b=log_{2}0.3$，则

A．$a+b<ab<0$　　*B*．$ab<a+b<0$　　*C*．$a+b<0<ab$　　*D*．$ab<0<a+b$

二、填空题

15．函数 $f(x)=cos(3x+\frac{\pi}{6})$在$[0，\pi)$的零点个数为______．

16．已知点 $M(-1，1)$和抛物线 C：$y^2=4x$，过 C 的焦点且斜率为 k 的直线与 C 交于 A，B 两点．若$\angle AMB=90°$，则 $k=$______．

三、解答题

20．已知斜率为 k 的直线 l 与椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$交于 A，B 两点．线段 AB 的中点为 $M(1，m)(m>0)$．

（1）证明：$k<-\frac{1}{2}$；

（2）设 F 为 C 的右焦点，P 为 C 上一点，且$\overrightarrow{FP}+\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FB}=0$．证明：$|\overrightarrow{FA}|$，$|\overrightarrow{FP}|$，$|\overrightarrow{FB}|$成等差数列，并求该数列的公差．

21．已知函数 $f(x)=(2+x+ax^2)ln(1+x)-2x$．

（1）若 $a=0$，证明：当$-1<x<0$ 时，$f(x)<0$；当 $x>0$ 时，$f(x)>0$；

（2）若 $x=0$ 是 $f(x)$的极大值点，求 a．

2018 年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题

11．已知 $f(x)$ 是定义域为 $(-\infty，+\infty)$ 的奇函数，满足 $f(1-x)=f(1+x)$．若 $f(1)=2$，则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(50)=$

A．-50　　B．0　　C．2　　D．50

12．已知 F_1，F_2 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\,(a>b>0)$ 的左，右焦点，A 是 C 的左顶点，点 P 在过 A 且斜率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$ 的直线上，$\triangle PF_1F_2$ 为等腰三角形，$\angle F_1F_2P=120°$，则 C 的离心率为

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{1}{3}$　　D．$\dfrac{1}{4}$

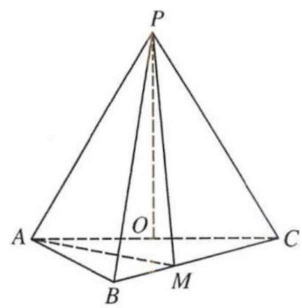
二、填空题

15．已知 $\sin\alpha+\cos\beta=1$，$\cos\alpha+\sin\beta=0$，则 $\sin(\alpha+\beta)=$______．

16．已知圆锥的顶点为 S，母线 SA，SB 所成角的余弦值为 $\dfrac{7}{8}$，SA 与圆锥底面所成角为 45°，若 $\triangle SAB$ 的面积为 $5\sqrt{15}$，则该圆锥的侧面积为______．

三、解答题

20．如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，$PA=PB=PC=AC=4$，O 为 AC 的中点．



（1）证明：$PO\perp$ 平面 ABC；

（2）若点 M 在棱 BC 上，且二面角 $M-PA-C$ 为 30°，求 PC 与平面 PAM 所成角的正弦值．

21．已知函数 $f(x)=e^x-ax^2$．

（1）若 $a=1$，证明：当 $x\geqslant 0$ 时，$f(x)\geqslant 1$；

（2）若 $f(x)$ 在 $(0，+\infty)$ 只有一个零点，求 a．

2018年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题

11．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$，O 为坐标原点，F 为 C 的右焦点，过 F 的直线与 C 的两条渐近线的交点分别为 M、N．若△OMN 为直角三角形，则 $|MN|=$

A．$\dfrac{3}{2}$　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

12．已知正方体的棱长为 1，每条棱所在直线与平面 α 所成的角相等，则 α 截此正方体所得截面面积的最大值为

A．$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$　　B．$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$　　D．$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

二、填空题

15．从 2 位女生，4 位男生中选 3 人参加科技比赛，且至少有 1 位女生入选，则不同的选法共有______种．（用数字填写答案）

16．已知函数 $f(x)=2sinx+sin2x$，则 $f(x)$ 的最小值是______．

三、解答题

20．某工厂的某种产品成箱包装，每箱 200 件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品．检验时，先从这箱产品中任取 20 件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验，设每件产品为不合格品的概率都为 $p(0<p<1)$，且各件产品是否为不合格品相互独立．

（1）记 20 件产品中恰有 2 件不合格品的概率为 $f(p)$，求 $f(p)$ 的最大值点 p_0．

（2）现对一箱产品检验了 20 件，结果恰有 2 件不合格品，以（1）中确定的 p_0 作为 p 的值．已知每件产品的检验费用为 2 元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付 25 元的赔偿费用．

（i）若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为 X，求 EX；

（ii）以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

21．已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x+alnx$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 存在两个极值点 x_1，x_2，证明：$\dfrac{f(x_1)-F(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$．

2017 年全国高考数学试卷压轴题

III卷

一、选择题

11．已知函数$f(x)=x^2-2x+a(e^{x-1}+e^{-x+1})$有唯一零点，则$a=$

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

12．在矩形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$AD=2$，动点 P 在以点 C 为圆心且与 BD 相切的圆上．若$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$，则 $\lambda+\mu$ 的最大值为

A．3　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{5}$　　D．2

二、填空题

15．设函数$f(x)=\begin{cases}x+1, x\le 0\\ 2^x, \quad x>0\end{cases}$，则满足$f(x)+f(x-\frac{1}{2})>1$的$x$的取值范围是______．

16．a，b 为空间中两条互相垂直的直线，等腰直角三角形 ABC 的直角边 AC 所在直线与 a，b 都垂直，斜边 AB 以直线 AC 为旋转轴旋转，有下列结论：

①当直线AB与a成60°角时，AB与b成30°角；

②当直线AB与a成60°角时，AB与b成60°角；

③直线AB与a所成角的最小值为45°；

④直线AB与a所成角的最大值为60°．

其中正确的是______(填写所有正确结论的编号)

三、解答题

20．已知抛物线 C：$y^2=2x$，过点(2，0)的直线 l 交 C 于 A，B 两点，圆 M 是以线段 AB 为直径的圆．

（1）证明：坐标原点O在圆M上；

（2）设圆M过点$P(4，-2)$，求直线l与圆M的方程．

21．已知函数 $f(x)=x-1-a\ln x$．

（1）若$f(x)\geqslant 0$，求a的值；

（2）设m为整数，且对于任意正整数n，$(1+\frac{1}{2})(1+\frac{1}{2^2})\cdots(1+\frac{1}{2^n})<m$，求$m$的最小值．

2017 年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题

11．若 $x=-2$ 是函数 $f(x)=(x^2+ax-1)e^{x-1}$ 的极值点，则 $f(x)$ 的极小值为

A．-1　　B．$-2e^{-3}$　　C．$5e^{-3}$　　D．1

12．已知△ABC 是边长为 2 的等边三角形，P 为平面 ABC 内一点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot(\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC})$ 的最小值是

A．-2　　B．$-\dfrac{3}{2}$　　C．$-\dfrac{4}{3}$　　D．-1

二、填空题

15．等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=3$，$S_4=10$，则 $\sum_{k=1}^{n}\dfrac{1}{S_k}=$______．

16．已知 F 是抛物线 C：$y^2=8x$ 的焦点，M 是 C 上一点，FM 的延长线交 y 轴于点 N．若 M 为 FN 的中点，则 $|FN|=$______．

三、解答题

20．设 O 为坐标原点，动点 M 在椭圆 C：$\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 上，过 M 做 x 轴的垂线，垂足为 N，点 P 满足 $\overrightarrow{NP}=\sqrt{2}\overrightarrow{NM}$．

（1）求点 P 的轨迹方程；

（2）设点 Q 在直线 $x=-3$ 上，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PQ}=1$．证明：过点 P 且垂直于 OQ 的直线 l 过 C 的左焦点 F．

21．已知函数 $f(x)=ax^2-ax-x\ln x$，且 $f(x)\geqslant 0$．

（1）求 a；

（2）证明：$f(x)$ 存在唯一的极大值点 x_0，且 $e^{-2}<f(x_0)<2^{-2}$．

2017年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题

11．设 x、y、z 为正数，且 $2^x=3^y=5^z$，则

A．$2x<3y<5z$　　B．$5z<2x<3y$　　C．$3y<5z<2x$　　D．$3y<2x<5z$

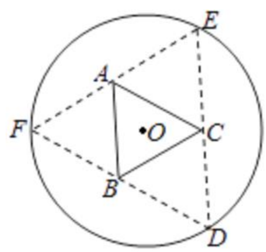
12．几位大学生响应国家的创业号召，开发了一款应用软件．为激发大家学习数学的兴趣，他们推出了“解数学题获取软件激活码”的活动．这款软件的激活码为下面数学问题的答案：已知数列 1，1，2，1，2，4，1，2，4，8，1，2，4，8，16，…，其中第一项是 2^0，接下来的两项是 2^0，2^1，再接下来的三项是 2^0，2^1，2^2，依此类推．求满足如下条件的最小整数 N：$N>100$ 且该数列的前 N 项和为 2 的整数幂．那么该款软件的激活码是

A．440　　B．330　　C．220　　D．110

二、填空题

15．已知双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的右顶点为 A，以 A 为圆心，b 为半径作圆 A，圆 A 与双曲线 C 的一条渐近线交于 M、N 两点．若 $\angle MAN=60°$，则 C 的离心率为______．

16．如图，圆形纸片的圆心为 O，半径为 5cm，该纸片上的等边三角形 ABC 的中心为 O，D、E、F 为圆 O 上的点，△DBC，△ECA，△FAB 分别是以 BC，CA，AB 为底边的等腰三角形．沿虚线剪开后，分别以 BC，CA，AB 为折痕折起△DBC，△ECA，△FAB，使得 D、E、F 重合，得到三棱锥．当△ABC 的边长变化时，所得三棱锥体积（单位：cm^3）的最大值为_______．



三、解答题

20．已知椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），四点 $P_1(1，1)$，$P_2(0，1)$，$P_3(-1，\dfrac{\sqrt{3}}{2})$，$P_4(1，\dfrac{\sqrt{3}}{2})$ 中恰有三点在椭圆 C 上．

（1）求 C 的方程；

（2）设直线 l 不经过 P_2 点且与 C 相交于 A，B 两点．若直线 P_2A 与直线 P_2B 的斜率的和为-1，证明：l 过定点．

21．已知函数 $f(x)=ae^{2x}+(a-2)e^x-x$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有两个零点，求 a 的取值范围．

2016年全国高考数学试卷压轴题

III卷

一、选择题

11．已知 O 为坐标原点，F 是椭圆 C：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左焦点，A，B 分别为 C 的左，右顶点．P 为 C 上一点，且 $PF\perp x$ 轴．过点 A 的直线 l 与线段 PF 交于点 M，与 y 轴交于点 E．若直线 BM 经过 OE 的中点，则 C 的离心率为

A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{2}$　　C．$\dfrac{2}{3}$　　D．$\dfrac{3}{4}$

12．定义“规范 01 数列”$\{a_n\}$ 如下：$\{a_n\}$ 共有 $2m$ 项，其中 m 项为 0，m 项为 1，且对任意 $k\leqslant 2m$，a_1，a_2，…，a_k 中 0 的个数不少于 1 的个数，若 $m=4$，则不同的“规范 01 数列”共有

A．18 个　　B．16 个　　C．14 个　　D．12 个

二、填空题

15．已知 $f(x)$ 为偶函数，当 $x<0$ 时，$f(x)=ln(-x)+3x$，则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1，-3)$ 处的切线方程是______．

16．已知直线 l：$mx+y+3m-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 A，B 两点，过 A，B 分别作 l 的垂线与 x 轴交于 C，D 两点．若 $|AB|=2\sqrt{3}$，则 $|CD|=$______．

三、解答题

20．已知抛物线 C：$y^2=2x$ 的焦点为 F，平行于 x 轴的两条直线 l_1，l_2 分别交 C 于 A，B 两点，交 C 的准线于 P，Q 两点．

（1）若 F 在线段 AB 上，R 是 PQ 的中点，证明 $AR /\!/ FQ$；

（2）若△PQF 的面积是△ABF 的面积的两倍，求 AB 中点的轨迹方程．

21．设函数 $f(x)=\alpha cos2x+(\alpha-1)(cosx+1)$，其中 $\alpha>0$，记 $|f(x)|$ 的最大值为 A．

（1）求 $f'(x)$；

（2）求 A；

（3）证明 $|f'(x)|\leqslant 2A$．

2016年全国高考数学试卷压轴题

II卷

一、选择题

11．已知 F_1，F_2 是双曲线 E：$\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左，右焦点，点 M 在 E 上，MF_1 与 x 轴垂直，$\sin\angle MF_2F_1=\dfrac{1}{3}$，则 E 的离心率为

A．$\sqrt{2}$　　B．$\dfrac{3}{2}$　　C．$\sqrt{3}$　　D．2

12．已知函数 $f(x)$ $(x\in R)$ 满足 $f(-x)=2-f(x)$，若函数 $y=\dfrac{x+1}{x}$ 与 $y=f(x)$ 图象的交点为 (x_1,y_1)，(x_2,y_2)，…，(x_m,y_m)，则 $\sum\limits_{i=1}^{m}(x_i+y_i)=$

A．0　　B．m　　C．$2m$　　D．$4m$

二、填空题

15．有三张卡片，分别写有1和2，1和3，2和3．甲，乙，丙三人各取走一张卡片，甲看了乙的卡片后说："我与乙的卡片上相同的数字不是2．"乙看了丙的卡片后说："我与丙的卡片上相同的数字不是1．"丙说："我的卡片上的数字之和不是5．"则甲的卡片上的数字是______．

16．若直线 $y=kx+b$ 是曲线 $y=\ln x+2$ 的切线，也是曲线 $y=\ln(x+1)$ 的切线，则 $b=$______．

三、解答题

20．已知椭圆 E：$\dfrac{x^2}{t}+\dfrac{y^2}{3}=1$ 的焦点在 x 轴上，A 是 E 的左顶点，斜率为 $k(k>0)$ 的直线交 E 于 A，M 两点，点 N 在 E 上，$MA\perp NA$．

（1）当 $t=4$，$|AM|=|AN|$ 时，求 $\triangle AMN$ 的面积；

（2）当 $2|AM|=|AN|$ 时，求 k 的取值范围．

21．（1）讨论函数 $f(x)=\dfrac{x-2}{x+2}e^x$ 的单调性，并证明当 $x>0$ 时，$(x-2)e^x+x+2>0$；

（2）证明：当 $a\in[0,1)$ 时，函数 $g(x)=\dfrac{e^x-ax-a}{x^2}$ $(x>0)$ 有最小值．设 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$，求函数 $h(a)$ 的值域．

2016年全国高考数学试卷压轴题

I卷

一、选择题

11．平面 α 过正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 A，α∥平面 CB_1D_1，$\alpha\cap$平面 $ABCD=m$，$\alpha\cap$平面 $ABB_1A_1=n$，则 m，n 所成角的正弦值为

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

12．已知函数 $f(x)=sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0，|\varphi|\le\frac{\pi}{2})$，$x=-\frac{\pi}{4}$ 为 $f(x)$ 的零点，$x=\frac{\pi}{4}$ 为 $y=f(x)$ 图象的对称轴，且 $f(x)$ 在 $(\frac{\pi}{18}，\frac{5\pi}{36})$ 单调，则 ω 的最大值为

A．11　　B．9　　C．7　　D．5

二、填空题

15．设等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_3=10$，$a_2+a_4=5$，则 $a_1a_2\cdots a_n$ 的最大值为______.

16．某高科技企业生产产品 A 和产品 B 需要甲、乙两种新型材料．生产一件产品 A 需要甲材料 1.5kg，乙材料 1kg，用 5 个工时；生产一件产品 B 需要甲材料 0.5kg，乙材料 0.3kg，用 3 个工时．生产一件产品 A 的利润为 2100 元，生产一件产品 B 的利润为 900 元．该企业现有甲材料 150kg，乙材料 90kg，则在不超过 600 个工时的条件下，生产产品 A、产品 B 的利润之和的最大值为______元.

三、解答题

20．设圆 $x^2+y^2+2x-15=0$ 的圆心为 A，直线 l 过点 $B(1，0)$ 且与 x 轴不重合，l 交圆 A 于 C，D 两点，过 B 作 AC 的平行线交 AD 于点 E.

（1）证明 $|EA|+|EB|$ 为定值，并写出点 E 的轨迹方程；

（2）设点 E 的轨迹为曲线 C_1，直线 l 交 C_1 于 M，N 两点，过 B 且与 l 垂直的直线与圆 A 交于 P，Q 两点，求四边形 $MPNQ$ 面积的取值范围.

21．已知函数 $f(x)=(x-2)e^x+a(x-1)^2$ 有两个零点.

（1）求 a 的取值范围；

（2）设 x_1，x_2 是 $f(x)$ 的两个零点，证明：$x_1+x_2<2$.