

# 中考数学知识一烂熟于心

[代数](#)

[平面几何](#)

[解析几何](#)

[解直角三角形](#)

[统计](#)

[概率](#)

## 代数

### 从自然数到有理数

分数都可以化为小数。分数在化成小数时，结果可能是有限小数，也可能是无限循环小数。大于 0 的数，叫正数；小于 0 的数，叫负数；0 既不是正数也不是负数。整数和分数统称为有理数。

### 数轴

规定了原点、单位长度和正方向的直线叫做数轴。

任何一个有理数都可以用数轴上的点表示。

如果两个数只有符号不同，称这两个数互为相反数。

0 的相反数是 0。

在数轴上，表示互为相反数（0 除外）的两个点，位于原点的两侧，并且到原点的距离相等。

### 绝对值

一个数在数轴上对应的点到原点的距离叫做这个数的绝对值。

数  $a$  的绝对值表示为  $|a|$ 。

正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，0 的绝对值是 0。

互为相反数的两个数的绝对值相等。

### 有理数的大小比较

数轴上表示的两个数，右边的数比左边的数大。

正数大于 0，负数小于 0，正数大于负数。

两个正数比较大小，绝对值大的数大；两个负数比较大小，绝对值大的数反而小。

### 有理数的加法

同号两数相加，取与加数相同的符号，并把绝对值相加。

异号两数相加，取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。

互为相反数的两个数相加得 0；一个数同 0 相加，仍得这个数。

加法交换律：两个数相加，交换加数的位置，和不变。

加法结合律：三个数相加，先把前面两个数相加，或者先把后两个数相加，和不变。

## 有理数的减法

减去一个数，等于加上这个数的相反数。

有理数加、减混合运算的一般步骤是先利用减法法则，将减法转换成加法，再运用加法交换律和结合律，使计算简便。

## 有理数的乘法

两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

任何数与零相乘，积为零。

多数相乘，偶数个负数相乘为正，奇数个负数相乘为负。

有多个不为 0 的有理数相乘时，可以先确定积的符号，再将绝对值相乘。若其中一个乘数为 0，则积为 0。

若两个有理数的乘积为 1，称这两个有理数互为倒数。

0 不论乘以任何数都等于 0，不等于 1，所以 0 没有倒数。

乘法交换律：两个数相乘，交换因数的位置，积不变。

乘法结合律：三个数相乘，先把前两个数相乘，或者先把后两个数相乘，积不变。

分配律：一个数与两个数的和相乘，等于把这个数分别与这两个数相乘，再把积相加。

## 有理数的除法

两数相除，同号得正，异号得负，并把绝对值相除。

0 除以任何一个不为 0 的数都得 0。

除以一个数(不等于 0)，等于乘以这个数的倒数。

## 有理数的乘方

数学上把  $n$  个相同的因数  $a$  相乘的积记做  $a^n$ 。

求几个相同因数的积的运算叫做乘方，乘方的结果叫做幂。

在  $a^n$  中， $a$  叫做底数， $n$  叫做指数，读作“ $a$  的  $n$  次方”或“ $a$  的  $n$  次幂”。

## 有理数的混合运算

有理数混合运算的法则是：

先算乘方，再算乘除，最后算加减，如有括号，先进行括号里的运算。

## 近似数

与实际完全符合的数称为准确数。

与实际接近的数称为近似数。

对近似数，需要知道它的精确度，一个近似数的精确度可用四舍五入法表述。

## 平方根

如果一个数的平方等于  $a$ ，那么这个数叫做  $a$  的平方根，也叫做  $a$  的二次方根。

一个正数有正、负两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根。

一个正数  $a$  的平方根可以用 “ $\pm\sqrt{a}$ ” 表示(读做“正、负根号  $a$ ”)，其中  $a$  叫做被开方数。

求一个数的平方根的运算叫做开平方。开平方是平方运算的逆运算，可以运用平方运算求一个数的平方根。

正数的正平方根称为算术平方根，0 的算术平方根是 0。

## 实数

无限不循环小数叫做无理数。

如果把整数看做小数部分为零的有限小数，那么有理数便是有限小数和无限循环小数的统称。

和有理数一样，无理数也可分为正无理数和负无理数。

有理数和无理数统称为实数。

实数和数轴上的点一一对应。

在数轴上表示的两个实数，右边的数大于左边的数。

## 立方根

一个数的立方等于  $a$ ，这个数就叫做  $a$  的立方根，也叫做  $a$  的三次方根，记做  $\sqrt[3]{a}$ 。其中  $a$  是被开方数，3 是根指数，符号 “ $\sqrt[3]{\quad}$ ” 读做“三次根号”。

求一个数的立方根的运算，叫做开立方。

一个正数有一个正的立方根，一个负数有一个负的立方根，0 的立方根是 0。

## 实数的运算

实数运算的顺序是：

先算乘方和开方，再算乘除，最后算加减，如果遇到括号，则先进行括号里面的运算。

## 二次根式

像  $\sqrt{a^2+4}$ ， $\sqrt{b+3}$  这样表示算术平方根的代数式叫做二次根式，二次根号内字母的取值范围必须满足被开方数大于或等于零。

## 二次根式的性质

$$(\sqrt{a})^2 = a(a \geq 0), \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}, \sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}(a \geq 0, b \geq 0), \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}(a \geq 0, b > 0)$$

像 $\sqrt{7}$ ,  $\sqrt{5}$ 这样, 在根号内不含字母, 不含开得尽方的因数或因式, 这样的二次根式称为最简二次根式.

## 二次根式的运算

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}(a \geq 0, b \geq 0), \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}(a \geq 0, b > 0)$$

## 代数式

由数、表示数的字母和运算符号组成的数学表达式称为代数式. 这里的运算是指加、减、乘、除、乘方和开方, 单独一个数或者一个字母也称代数式.

## 代数式的值

用数值代替代数式里的字母, 计算后所得的结果叫做代数式的值.

## 整式

由数与字母或字母与字母相乘组成的代数式叫做单项式.

单独一个数或一个字母也叫单项式.

单项式中的数字因数叫做这个单项式的系数.

一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数.

由几个单项式相加组成的代数式叫做多项式. 在多项式中, 每个单项式叫做多项式的项, 不含字母的项叫做常数项, 次数最高的项的次数就是这个多项式的次数.

单项式和多项式统称为整式.

## 合并同类型

多项式中, 所含字母相同, 并且相同字母的指数也相同的项, 叫做同类项. 所有常数项也看做同类项. 把多项式中的同类项合并成一项, 叫做合并同类项.

合并同类项的法则是:

把同类项的系数相加, 所得结果作为系数, 字母和字母的指数不变.

## 整式的加减

代数式运算的去括号法则:

括号前是“+”号, 把括号和它前面的“+”号去掉, 括号里各项都不变号; 括号前是“-”

号，把括号和它前面的“ $-$ ”号去掉，括号里各项都变号.

## 同底数幂的乘法

同底数幂相乘，底数不变，指数相加.

幂的乘方，底数不变，指数相乘.

积的乘方，等于把积的每一个因式分别乘方，再把所得的幂相乘.

## 单项式的乘法

单项式与单项式相乘，把它们的系数、同底数幂分别相乘，其余字母连同它的指数不变，作为积的因式.

单项式与多项式相乘，就是用单项式去乘多项式的每一项，再把所得的积相加.

## 多项式的乘法

多项式与多项式相乘，先用一个多项式的每一项乘另一个多项式的每一项，再把所得的积相加.

## 乘法公式

平方差公式： $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

完全平方公式： $(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

## 整式的化简

整式的化简应遵循先乘方、再乘除、最后算加减的顺序.

## 同底数幂的除法

同底数幂相除，底数不变，指数相减.

任何不等于零的数的零次幂都等于 1.

任何不等于零的数的 $-p$ 次幂，等于这个数的 $p$ 次幂的倒数( $p$ 是正整数).

## 整式的除法

单项式相除，把系数、同底数幂分别相除，作为商的因式，对于只在被除数里含有的字母，则连同它的指数作为商的一个因式.

多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加.

## 因式分解

把一个多项式化成几个整式的积的形式，叫做因式分解，或分解因式.

因式分解和整式的乘法有互逆关系，因此，可以用整式的乘法运算来检验因式分解的正确性.

## 提取公因式法

一个多项式中每一项都含有的相同的因式，叫做这个多项式各项的公因式。把公因式提取出来进行因式分解，这种分解因式的方法叫做提取公因式法。

提取公因式法的一般步骤：

确定应提取的公因式；

用公因式去除这个多项式，所得的商作为另一个因式；

把多项式写成这两个因式的积的形式；

提取公因式后，应使多项式余下的各项不再含有公因式。

添括号法则：括号前面是“+”号，括到括号里的各项都不变号；括号前面是“-”号，括到括号里的各项都变号。

## 用乘法公式分解因式

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

完全平方公式： $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

利用公式把一个多项式分解因式的方法，叫做公式法，公式中的  $a$ 、 $b$  可以是数，也可以是整式。

## 分式

像  $\frac{7}{p}$ 、 $\frac{b}{a}$  这些代数式都表示两个整式相除，且除式中含有字母，像这样的代数式就叫做分式。

分式中字母的取值不能使分母为零。当分母的值为零时，分式就没有意义。

## 分式的基本性质

分式的分子和分母都乘（或除以）同一个不等于零的整式，分式的值不变。

把一个分式的分子和分母的公因式约去，叫做分式的约分。

分子、分母没有公因式的分式叫做最简分式。

## 分式的乘除

分式乘分式，用分子的积做积的分子，分母的积做积的分母；分式除以分式，把除式的分子、分母颠倒位置后，与被除式相乘。

## 分式的加减

同分母的分式相加减，分式的分母不变，把分子相加减。

把分母不相同的几个分式化为分母相同的分式，叫做通分。经过通分，异分母分式的加减就

转化为同分母分式的加减，然后按同分母分式的加减法则进行计算。

通分时，一般取各分母的系数的最小公倍数与各分母所有字母的最高次幂的积作为公分母。

## 分式方程

像  $\frac{8}{x} - \frac{6}{x} = 5$  这样，只含分式，或分式和整式，并且分母里含有未知数的方程叫做分式方程。

当分式方程含有若干个分式时，通常可用各个分式的公分母同乘方程的两边进行去分母。

注意：解分式方程，一定要验根，看分母的值是否为零，使分母为零的根是增根，增根使方程无意义，应舍去。

## 一元一次方程

如： $2x+12=14$ ，两边都是整式，只含有一个未知数，并且未知数的指数是一次，这样的方程叫做一元一次方程。

使一元一次方程左右两边的值相等的未知数的值叫做一元一次方程的解。

## 等式的基本性质

等式的性质 1：等式的两边都加上（或都减去）同一个数或式，所得的结果仍是等式。

等式的性质 2：等式的两边都乘或都除以同一个数或式（除数不能为 0），所得的结果仍是等式。

## 一元一次方程的解法

一般地，把方程中的项改变符号后，从方程的一边移到另一边，这种变形叫做移项。移项时，通常把含有未知数的项移到等号的左边，把常数项移到等号的右边。

移项时应注意改变项的符号。

方程变形的常用方法：

去分母、去括号、移项、合并同类项（去分母和移项的依据是等式的性质，去括号和合并同类项的依据是代数式的运算法则）

一般地，解一元一次方程的基本程序是：

去分母→去括号→移项→合并同类项→两边同除以未知数的系数

## 一元一次方程的应用

运用方程解决实际问题的一般过程：

审题，设元，列方程，解方程，检验。

## 二元一次方程

像  $0.6x+0.8y=3.8$  这样，含有两个未知数，且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫做二元一次方程。

使二元一次方程两边的值相等的一对未知数的值，叫做二元一次方程的解。

## 二元一次方程组

由两个一次方程组成，并且含有两个未知数的方程组，叫做二元一次方程组。同时满足二元一次方程组中各个方程的解，叫做这个二元一次方程组的解。

## 解二元一次方程组

常用方法：代入消元法、加减消元法

解方程组的基本思想是“消元”，也就是把解二元一次方程组转化为解一元一次方程，这种解方程组的方法称为代入消元法，简称代入法。

用代入法解二元一次方程组的一般步骤是：

将方程组中的一个方程变形，使得一个未知数能用另一个未知数的代数式表示；

用这个代数式代替另一个方程中相应的未知数，得到一个一元一次方程，求得一个未知数的值；

把这个未知数的值代入代数式，求得另一个未知数的值；

写出方程组的解

对于二元一次方程组，当两个方程的同一个未知数的系数相同或互为相反数时，可以通过把两个方程的两边相加或相减来消元，转化为一元一次方程求解，这种解二元一次方程组的方法叫做加减消元法，简称加减法。

用加减法解二元一次方程组的一般步骤是：

将其中一个未知数的系数化成相同（或互为相反数）；

通过相减（或相加）消去这个未知数，得到一个一元一次方程；

解这个一元一次方程，求得一个未知数的值；

把这个未知数的值代入原方程组中的任一个方程，求得另一个未知数的值；

写出方程组的解

## 二元一次方程组的应用

审题，分析→列方程组→求解→检验答案是否正确及符合题意

## 三元一次方程组及其解法

和二元一次方程类似，含有三个未知数，且含有未知数的项的次数都是一次的方程叫做三元一次方程，由三个一次方程组成，并且还有三个未知数的方程组叫做三元一次方程组。



解三元一次方程组的消元方法也是“代入法”和“加减法”，通过消元将解三元一次方程组转化为解二元一次方程组，进而转化为解一元一次方程。

## 认识不等式

像  $y \geq p+2$ ,  $x \neq 3$  这样，用不等号“ $<$ ”、“ $>$ ”、“ $\geq$ ”、“ $\leq$ ”、“ $\neq$ ”连接而成的数学式子，叫做不等式。

## 不等式的基本性质

不等式的基本性质 1:  $a < b$ ,  $b < c \Rightarrow a < c$  这个性质叫做不等式的传递性。

不等式的基本性质 2: 不等式的两边都加上（或减去）同一个数，所得到的不等式仍成立。

不等式的基本性质 3: 不等式的两边都乘（或都除以）同一个正数，所得的不等式仍成立；不等式的两边都乘（或都除以）同一个负数，必须改变不等号的方向，所得的不等式成立。

## 一元一次不等式

不等号的两边都是整式，而且只含有一个未知数，未知数的最高次数是一次，这样的不等式叫做一元一次不等式。能使不等式成立的未知数的值的全体叫做不等式的解集，简称不等式的解。

## 一元一次不等式组

由几个含同一未知数的一元一次不等式所组成的一组不等式，叫做一元一次不等式组。

## 一元二次方程

像方程  $x^2+3x=4$  的两边都是整式，只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是 2 次，这样的方程叫做一元二次方程。能使一元二次方程两边相等的未知数的值叫做一元二次方程的解（或根）。

任何一个关于  $x$  的一元二次方程都可以化为  $ax^2+bx+c=0$  的形式。

$ax^2+bx+c=0$  ( $a, b, c$  为已知数,  $a \neq 0$ ) 称为一元二次方程的一般形式，其中  $ax^2$ ,  $bx$ ,  $c$  分别称为二次项、一次项和常数项， $a, b$  分别称为二次项系数和一次项系数。

## 一元二次方程的解法

利用因式分解解一元二次方程的方法叫做因式分解法，这种方法把解一个一元二次方程转化为解两个一元一次方程。

形如  $x^2=a$  ( $a \geq 0$ ) 的方程，根据平方根的定义，可得  $x_1 = \sqrt{a}$ ,  $x_2 = -\sqrt{a}$ ，这种解一元二次方程的方法叫做开平方法。

把一元二次方程的左边配成一个完全平方式，右边为一个非负数，然后用开平方法求解，这

种解一元二次方程的方法叫做配方法.

一元二次方程  $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$  的根的情况由代数式  $b^2-4ac$  的值来决定, 因此  $b^2-4ac$  叫做一元二次方程的根的判别式, 它的值与一元二次方程的根的关系是:

$$b^2-4ac > 0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c=0(a\neq 0) \text{ 有两个不相等的实数根}$$

$$b^2-4ac = 0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c=0(a\neq 0) \text{ 有两个相等的实数根}$$

$$b^2-4ac < 0 \Leftrightarrow ax^2+bx+c=0(a\neq 0) \text{ 没有实数根}$$

### 一元二次方程根与系数的关系 (选学)

一元二次方程的根与系数有如下关系: (韦达定理)

如果  $x_1, x_2$  是  $ax^2+bx+c=0(a, b, c$  为已知数,  $a\neq 0)$  的两个根, 那  $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$

[返回](#)

# 平面几何

## 几何图形

点、线、面、体称为几何图形.

平面图形：图形所表示的各个部分都在同一个平面内.

立体图形：图形所表示的各个部分不在同一个平面内.

## 线段、射线和直线

线段可以用表示它的两个端点的大写字母表示，也可以用一个小写字母表示.

直线可以用它上面任意两个点的大写字母表示，也可以用一个小写字母表示.

射线用表示它的端点和射线上另外任意一点的两个大写字母表示，表示端点的字母要写在前面，不能颠倒.

两点确定一条直线.

## 线段的长短比较

两点之间线段最短.

连结两点的线段的长度叫做这两点间的距离.

## 线段的和、差

如果一条线段的长度是另两条线段的长度的和，那么这条线段叫做另两条线段的和；

如果一条线段的长度是另两条线段的长度的差，那么这条线段就叫做另两条线段的差.

## 角与角的度量

角是由两条公共端点的射线所组成的图形，这个公共端点叫做这个角的顶点.

角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的图形，起始位置的射线叫做角的始边，终止位置的射线叫做角的终边.

度、分、秒是角的基本度量单位.  $1^\circ = 60$  分,  $1$  分  $= 60$  秒.

## 角的大小比较

等于  $90^\circ$  的角是直角，小于  $90^\circ$  的角是锐角，大于直角而小于平角的角是钝角.

## 角的和、差

如果一个角的度数是另两个角的度数的和，那么这个角就叫做另两个角的和；

如果一个角的度数是另两个角的度数的差，那么这个角就叫做另两个角的差.

从一个角的顶点引出一条射线，把这个角分成两个相等的角，这条射线叫做这个角的平分

线.

## 余角和补角

如果两个锐角的和是一个直角，就说这两个角互为余角，简称互余，也可以说其中一个角是另一个角的余角.

如果两个角的和是一个平角，就说这两个角互为补角，简称互补，也可以说其中一个角是另一个角的补角.

同角或等角的余角相等.

同角或等角的补角相等.

## 直线的相交

如果两条直线只有一个公共点，就说这两条直线相交，该公共点叫做这两条直线的交点.

对顶角的顶点相同，角的两边互为反向延长线. 对顶角相等.

当两条直线相交所构成的四个角中有一个是直角，就说这两条直线互相垂直，其中一条直线是另一条直线的垂线，它们的交点叫做垂足.

在同一平面内，过一点有一条而且仅有一条直线垂直于已知直线.

垂线段最短.

从直线外一点到这条直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离.

## 平行线

在同一个平面内，不相交的两条直线叫做平行线.“平行”用符号“//”表示.

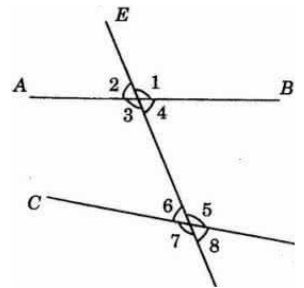
经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行.

## 同位角、内错角、同旁内角

同位角： $\angle 1$  和  $\angle 5$

内错角： $\angle 3$  和  $\angle 5$

同旁内角： $\angle 4$  和  $\angle 5$



## 平行线的判定

同位角相等，两直线平行.

内错角相等，两直线平行.

同旁内角互补，两直线平行.

在同一平面内，垂直于同一条直线的两条直线互相平行.

## 平行线的性质

两直线平行，同位角相等.

两直线平行，内错角相等.

两直线平行，同旁内角互补.

## 图形的平移

图形平移的定义：一个图形沿某个方向移动，在移动的过程中，原图形上所有的点都沿同一个方向移动相同的距离，这样的图形运动叫做图形的平移.

图形平移的性质：

图形平移不改变图形的形状和大小.

一个图形和它经过平移所得的图形中，两组对应点的连线平行（或在同一条直线上）且相等.

图形平移的描述：要描述一个平移，必须先指出平移的方向和距离. 平移的方向和距离是决定平移的因素.

平移图形的画法：

- (1) 找出原图形的关键点（如顶点或者端点）；
- (2) 按平移的方向和距离分别描出各个关键点平移后的对应点；
- (3) 按原图将各对应点顺次连接.

## 认识三角形

三角形内角和为  $180^\circ$  度.

三角形任何两边之和大于第三边.

在三角形中，一个内角的角平分线与它的对边相交，这个角的顶点与交点之间的线段叫做三角形的角平分线.

连结三角形的一个顶点与该顶点的对边中点的线段，叫做三角形的中线.

从三角形的一个顶点向它的对边所在的直线做垂线，顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高线.

## 定义与命题

定义：能清楚地规定某一名称或术语的意义的句子叫做该名称或术语的定义.

命题：判断某一件事情的句子叫命题.

在数学上，命题一般由条件和结论两部分组成，条件是已知事项，结论是由已知事项得到的事项.

可以写成“如果……，那么……”的形式，其中以“如果”开始的部分是条件，“那么”后面的部分是结论.

正确的命题成为真命题，不正确的命题称为假命题。

用推理的方法判断为正确的命题叫做定理，定理也可以作为判断其他命题真假的依据。

## 证明

要判断一个命题是真命题，往往需要从命题的条件出发，根据已知的定义、公理、定理(包括推论)，一步步推得结论成立。这样的推理过程叫做证明。

三角形一边的延长线和另一条相邻的边组成的角，叫做该三角形的外角。

三角形的外角和等于它不相邻的两个内角的和。

## 全等三角形

能够重合的两个图形称为全等图形。

能够重合的两个三角形叫做全等三角形。

两个全等三角形重合时，能互相重合的顶点叫做全等三角形的对应顶点，互相重合的边叫做全等三角形的对应边，互相重合的角叫做全等三角形的对应角。

全等三角形的对应边相等，对应角相等。

## 三角形全等的判定

三边对应相等的两个三角形全等（简写成“边边边”或“SSS”）

当三角形的三条边长确定时，三角形的形状、大小完全确定，这个性质叫做三角形的稳定性，这是三角形特有的性质。

两边及其夹角对应相等的两个三角形全等。

垂直于一条线段，并且平分这条线段的直线叫做这条线段的垂直平分线，简称中垂线。

线段垂直平分线上的点到线段两端的距离相等。

两个角及其夹边对应相等的两个三角形全等。

两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等。

角平分线上的点到角两边的距离相等。

## 尺规作图

把没有刻度的直尺和圆规作图，简称尺规作图。

## 图形的轴对称

如果把一个图形沿着一条直线折叠后，直线两侧部分能够互相重合，那么这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴。

对称轴垂直平分连结两个对称点的线段。

由一个图形变成另一个图形，并使这两个图形沿某一条直线折叠后能够互相重合，这样的图形改变叫做图形的轴对称，这条直线叫做对称轴。

成轴对称的两个图形是全等图形。

## 等腰三角形

有两边相等的三角形叫做等腰三角形。

等腰三角形是轴对称图形，顶角平分线所在的直线是它的对称轴。

三边都相等的三角形是全等三角形

## 等腰三角形的性质定理

性质定理 1：在同一个三角形中，等边对等角。

性质定理 2：等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线和高三线合一。

等边三角形的各个内角都等于 60 度。

## 等腰三角形的判定定理

在同一个三角形中，等角对等边。

## 等边三角形的判定定理

三个角都相等的三角形是等边三角形。

有一个角是 60 度的等腰三角形是等边三角形。

## 逆命题和逆定理

在两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题。

如果把其中一个命题叫做原命题，那么另一个命题叫做它的逆命题。

每个命题都有它的逆命题，但每个真命题的逆命题不一定是真命题。

如果一个定理的逆命题能被证明是真命题，那么就叫它是原定理的逆定理，这两个定理叫做互逆定理。

## 直角三角形

直角三角形：有一个角是直角的三角形。

直角三角形的两个三角形互余。

直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半。

有两个角互余的三角形是直角三角形。

## 探索勾股定理

勾股定理：直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方。

勾股定理的逆定理：如果三角形中两边的平方和等于第三边的平方，那么这个三角形是直角三角形。

## 直角三角形全等的判定定理

斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等。

角的内部，到角两边距离相等的点，在这个角的平分线上。

## 多边形

在同一平面内，由不在同一条直线上的若干条线段（线段的条数不小于 3）首尾顺次相接形成的图形叫做多边形。组成多边形的各条线段叫做多边形的边。

边数为  $n$  的多边形叫  $n$  边形（ $n$  为正整数，且  $n \geq 3$ ）。

多边形相邻两边组成的角叫做多边形的内角，多边形一边的延长线与相邻的另一边所组成的角叫做多边形的外角。多边形每一个内角的顶点叫做多边形的顶点，连结多边形不相邻两个顶点的线段叫做多变形的对角线。

四边形的内角和等于  $360^\circ$ 。

$n$  边形的内角和为  $(n-2) \times 180^\circ$  ( $n \geq 3$ )。

任何多边形的外角和为  $360^\circ$ 。

## 平行四边形及其性质

两组对边分别平行的四边形叫做平行四边形。平行四边形用符号“ $\square$ ”表示，平行四边形  $ABCD$  可记做“ $\square ABCD$ ”。

平行四边形的对角相等，平行四边形的对边相等。

夹在两条平行线间的平行线段相等，夹在两条平行线间的垂线段相等。

两条平行线中，一条直线上所有的点到另一条直线的距离都相等，叫做这两条平行线之间的距离。

平行四边形的对角线互相平分。

## 中心对称

如果一个图形绕着一个点旋转  $180^\circ$  后，所得到的图形能够和原来的图形互相重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心。

对称中心平分连结两个对称点的线段。

在直角坐标系中，点  $A(x, y)$  与点  $B(-x, -y)$  关于原点成中心对称。



## 平行四边形的判定定理

一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

两组对边分别相等的四边形是平行四边形.

对角线互相平分的四边形是平行四边形.

## 三角形的中位线

连结三角形两边中点的线段叫做三角形的中位线.

三角形的中位线平行于第三边, 并且等于第三边的一半.

## 反证法

在证明一个命题时, 人们有时先假设命题不成立, 从这样的假设出发, 经过推理得出和已知条件矛盾, 或者与定义、基本事实、定理等矛盾, 从而得出假设命题不成立是错误的, 即所求证的命题正确. 这种证明方法叫做反证法.

## 矩形

矩形: 有一个角是直角的平行四边形.

矩形的四个角都是直角, 矩形的对角线相等.

有三个角是直角的四边形是矩形.

对角线相等的平行四边形是矩形.

## 菱形

菱形: 有一组邻边相等的平行四边形叫做菱形.

菱形的四条边都相等.

菱形的对角线互相垂直, 并且每条对角线平分一组对角.

边相等的四边形是菱形.

对角线互相垂直的平行四边形是菱形.

## 正方形

正方形: 有一组邻边相等, 并且有一个角是直角的平行四边形叫做正方形.

有一组邻边相等的矩形是正方形.

有一个角是直角的菱形是正方形.

正方形的四个角都是直角, 四条边相等.

正方形的对角线相等, 并且互相垂直平分, 每条对角线平分一组对角.

## 比例线段

比例有如下基本性质：

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc (a, b, c, d \text{ 都不为 } 0)$$

两条线段的长度的比叫做这两条线段的比。

四条线段  $a, b, c, d$  中，如果  $a$  和  $b$  的比等于  $c$  与  $d$  的比，即  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，那么这四条线段  $a, b, c, d$  叫做成比例线段，简称比例线段。

如果三个数  $a, b, c$  满足比例式  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$  (或  $a:b=b:c$ )，那么  $b$  就叫做  $a, c$  的比例中

项.  $b^2 = ac \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

如果点  $P$  把线段  $AB$  分成两条线段  $AP$  和  $PB$ ，使  $AP > PB$ ，且  $\frac{PB}{AP} = \frac{AP}{AB}$ ，那么称线段  $AB$  被点  $P$  黄金分割，点  $P$  叫做线段  $AB$  的黄金分割点，所分成的较长一条线段  $AP$  与整条线段  $AB$  的比叫做黄金比。

### 由平行线截得的比例线段

两条直线被一组平行线（不少于 3 条）所截，所得的对应线段成比例。

### 相似三角形

相似三角形的对应角相等，对应边成比例。

### 两个三角形相似的判定

平行于三角形一边的直线和其他两边相交，所构成的三角形与原三角形相似。

有两个角对应相等的两个三角形相似。

两边对应成比例，且夹角相等的两个三角形相似。

三边对应成比例的两个三角形相似。

### 相似三角形的性质及其应用

三角形的三条中线相交于一点。

三角形三条中线的交点叫做三角形的重心。

三角形的重心分每一条中线成 1 : 2 的两条线段。

相似三角形的周长之比等于相似比；相似三角形的面积之比等于相似比的平方。

### 相似多边形

相似多边形对应边的比叫做相似比。

相似多边形的周长之比等于相似比；相似多边形的面积之比等于相似比的平方。

由一个图形改变为另一个图形，在改变的过程中保持形状不变（大小可以改变），这样的图形

改变叫做图形的相似.

## 图形的位似

如果两个图形满足以下两个条件：所有经过对应点的直线都相交于同一点；这个交点到两个对应点的距离之比都相等，那么这两个图形就叫做位似图形，经过各对应两点的直线的交点叫做位似中心. 位似中心到两个对应点的距离之比叫做位似比.

利用图形的位似可以把一个图形放大或缩小. 若所画图形与原图形的位似比大于 1，则将图形放大；若所画图形与原图形的位似比小于 1，则将图形缩小.

当以坐标原点为位似中心时，若原图形上点的坐标为  $(x, y)$ ，位似图形与原图形的位似比为  $k$ ，则位似图形上对应点的坐标为  $(kx, ky)$  或  $(-kx, -ky)$ .

## 圆

在同一平面内，线段  $OP$  绕它固定的一个端点  $O$  旋转一周，另一端点  $P$  所经过的封闭曲线叫做圆，定点  $O$  叫做圆心，线段  $OP$  叫做圆的半径.

以点  $O$  为圆心的圆，记做 “ $\odot O$ ”，读作 “圆  $O$ ”.

连结圆上任意两点的线段  $BC$  叫做弦，经过圆心的弦  $AB$  叫做直径，直径是半径的两倍.

圆上任意两点间的部分叫做圆弧，简称弧.

圆的任意一条直径的两个端点分圆成两条弧，每一条弧都叫做半圆. 小于半圆的弧叫做劣弧，劣弧用符号 “ $\frown$ ” 和弧两端的字母表示；大于半圆的弧叫做优弧，半圆和优弧用符号 “ $\smile$ ” 和三个字母表示（弧两端的字母和弧中间的字母）.

半径相等的两个圆能够完全重合，半径相等的两个圆叫做等圆.

能够重合的圆弧称为相等的弧.

如果用  $r$  表示圆的半径， $d$  表示同一平面内点到圆心的距离，则有

$$d > r \Leftrightarrow \text{点在圆外}; \quad d = r \Leftrightarrow \text{点在圆上}; \quad d < r \Leftrightarrow \text{点在圆内}$$

不在同一直线上的三个点确定一个圆.

经过三角形各个顶点的圆叫做三角形的外接圆，这个外接圆的圆心叫做三角形的外心，三角形叫做圆的内接三角形. 三角形的外心是三角形三条边的垂直平分线的交点.

## 图形的旋转

一个图形变成另一个图形，在运动的过程中，原图形上的所有点都绕一个固定的点，按同一个方向，转动同一个角度，这样的图形运动叫做图形的旋转，这个固定的点叫做旋转中心.

图形的旋转具有以下性质：

图形经过旋转所得到的图形和原图形相等. 对应点到旋转中心的距离相等，任何一对对应点与旋转中心连线所成的角度等于旋转的角度.

## 垂径定理

垂径定理：垂直于弦的直径平分这条弦，并且平分弦所对的弧。

平分一条弧成相等的两条弧的点，叫做这条弧的中点。

圆心到圆的一条弦的距离叫做弦心距。

平分弦（不是直径）的直径垂直于弦，并且平分弦所对的弧。

平分弧的直径垂直平分弧所对的弦。

## 圆心角

在同圆或等圆中，相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦也相等。

$1^\circ$  圆心角所对的弧叫做  $1^\circ$  的弧， $n^\circ$  圆心角所对的弧叫做  $n^\circ$  的弧。

在同圆或等圆中，相等的圆心角所对两条弦的弦心距相等。

在同圆或等圆中，如果两个圆心角、两条弧、两条弦、两个弦心距中有一对量相等，那么它们所对应的其余各对量都相等。

## 圆周角

圆周角的度数等于它所对弧上的圆心角度数的一半。

半圆（或直径）所对的圆周角是直径。

$90^\circ$  的圆周角所对的弦是直径。

在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等；相等的圆周角所对的弧也相等。

## 圆内接四边形

如果一个四边形的各个顶点在同一个圆上，那么这个四边形叫做圆的内接四边形，这个圆叫做四边形的外接圆。

圆内接四边形的对角互补。

## 正多边形

正多边形：各边相等、各内角也相等的多边形。

任意一个正三角形和正方形都能作出它的外接圆。

把经过一个正多边形的各个顶点的圆叫做这个正多边形的外接圆，这个正多边形也就叫做圆内接正多边形。

任何正多边形都有一个外接圆。

## 弧长及扇形的面积

在半径为  $R$  的圆中， $n^\circ$  的圆心角所对的弧长  $l$  的计算公式为：
$$l = \frac{n\pi R}{180}$$

在半径为  $R$ ，圆心角为  $n^\circ$ ，弧长为  $l$  的扇形中，该扇形面积  $S$  的计算公式为：
$$S = \frac{n\pi R^2}{360} = \frac{1}{2}lR$$

## 直线与圆的位置关系

当直线与圆有两个公共点时，叫做直线与圆相交；当直线与圆有唯一公共点时，叫做直线与圆相切，公共点叫做切点；当直线与圆没有公共点时，叫做直线与圆相离。

直线与圆的位置关系有以下定理：

如果 $\odot O$ 的半径为 $r$ ，圆心 $O$ 到直线 $l$ 的距离为 $d$ ，那么，

$d < r \Leftrightarrow$  直线与 $\odot O$ 相交；

$d = r \Leftrightarrow$  直线与 $\odot O$ 相切；

$d > r \Leftrightarrow$  直线与 $\odot O$ 相离；

直线与圆相切的判定定理：

经过半径的外端并且垂直这条半径的直线是圆的切线。

圆的切线性质：

经过切点的半径垂直于圆的切线。

### 切线长定理

从圆外一点作圆的切线，通常我们把圆外这一点到切点间的线段的长叫做切线长。

切线长定理：过圆外一点所作的圆的两条切线长相等。

### 三角形的内切圆

与三角形三边都相切的圆叫做三角形的内切圆，圆心叫做三角形的内心，三角形叫做圆的外切三角形。三角形的内心是三角形的三条角平分线的交点。

### 投影

物体在光线的照射下，在某个平面内形成的影子叫做投影。光线叫做投影线，投影所在的平面叫做投影面。由平行的投射线所形成的投射叫做平行投影。

可以把太阳光线、探照灯的光线看成平行光线，它们所形成的投影就是平行投影。

### 简单几何体的三视图

物体在正投影面上的正投影叫做主视图，在水平投影面上的正投影叫做俯视图，在侧投影面上的正投影叫做左视图。

主视图、左视图和俯视图合称三视图。

产生主视图的投影线方向也叫做主视方向。

### 由三视图描述几何体

三视图不仅反映了物体的形状，而且反映了各个方向的尺寸大小。

### 简单几何体的表面展开图

将几何体沿着某些棱“剪开”，并使各个面连在一起，铺平所得到的平面图形称为几何体的表面展开图。

圆柱可以看做由一个矩形  $ABCD$  绕它的一条边  $BC$  旋转一周，其余各边所成的面围成的几何

体.  $AB$ 、 $CD$  旋转所成的面就是圆柱的两个底面, 是两个半径相同的圆.  $AD$  旋转所成的面就是圆柱的侧面,  $AD$  不论转动到哪个位置, 都是圆柱的母线.

圆锥可以看做将一根直角三角形  $ACB$  绕它的一条直角边 ( $AC$ ) 旋转一周, 它的其余各边所成的面围成的一个几何体. 直角边  $BC$  旋转所成的面就是圆锥的底面, 斜边  $AB$  旋转所成的面就是圆锥的侧面, 斜边  $AB$  不论转动到哪个位置, 都叫做圆锥的母线.

一个底面半径为  $r$ , 母线长为  $l$  的圆锥, 它的侧面展开图是一个半径为母线长  $l$ , 弧长为底面

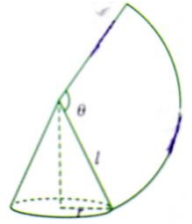
圆周长  $2\pi r$  的扇形, 由此得到的圆锥的侧面积和全面积公式为:

$$S_{\text{侧}} = \pi r l$$
$$S_{\text{全}} = \pi r^2 + \pi r l$$

若设圆锥的侧面展开图扇形的圆心角为  $\theta$ , 则由  $\frac{\pi \theta}{180^\circ} = 2\pi r$ , 得到圆锥侧

面展开图扇形的圆心角度数的计算公式:  $\theta = \frac{r}{l} \cdot 360^\circ$

[返回](#)



# 解析几何

## 探索确定位置的方法

确定物体在平面上位置的两种常用方法：

用有序数对确定物体的位置；

用方向和距离来确定物体的位置（或称方位）。

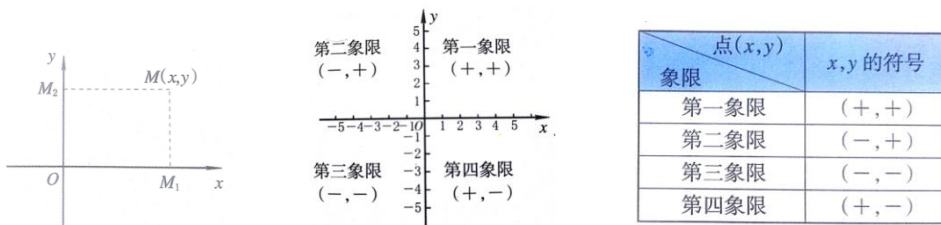
## 平面直角坐标系

平面直角坐标系的建立：在平面内画两条互相垂直，并且有公共原点  $O$  的数轴，其中水平方向的一条叫做  $x$  轴（或横轴），竖直方向的一条叫做  $y$  轴（或竖轴）；简称坐标平面，两坐标的公共原点  $O$  叫做直角坐标系的原点。

在平面内任取一点  $M$ ，做  $MM_1 \perp x$  轴， $MM_2 \perp y$  轴，设垂足为  $M_1$ ， $M_2$  在各自数轴上所表示的数分别为  $x$ ， $y$ ，则  $x$  叫做点  $M$  的横坐标， $y$  叫做点  $M$  的纵坐标，有序实数对  $(x, y)$  叫做点  $M$  的坐标。

建立了平面坐标系后，对于坐标平面内任何一点，我们可以确定它的坐标，反之，对于任何一个坐标，可以用坐标平面内确定它所表示的一个点。

$x$  轴和  $y$  轴把坐标平面分成四个象限。



## 坐标平面内图形的轴对称和平移

在直角坐标系中，点  $(a, b)$  关于  $x$  轴的对称点的坐标为  $(a, -b)$ ，关于  $y$  轴的对称点的坐标为  $(-a, b)$

## 常量与变量

在一个过程中，固定不变的量称为常量，可以取不同数值的量称为变量。

## 函数

在某个变化过程中，设有两个变量  $x, y$ ，如果对于  $x$  的每一个确定的值， $y$  都有唯一确定的值，那就说  $y$  是  $x$  的函数， $x$  叫做自变量。

如  $y=2x+1$  这种表示函数关系的等式，叫做函数表达式，简称函数式。用函数表达式表示函

数的方法叫做解析法.

把自变量  $x$  的一系列值和函数  $y$  的对应值列成一个表, 这种表示函数关系的方法是列表法.

解析法、列表法、图像法是函数的三种常用的表示方法.

## 一次函数

函数  $y=kx+b$  ( $k, b$  是常数, 且  $k \neq 0$ ) 叫做一次函数.

当  $b=0$  时, 一次函数变成  $y=kx$  ( $k$  是常数, 且  $k \neq 0$ ), 叫做正比例函数, 常数  $k$  叫做比例系数.

已知一次函数的自变量与函数的两对对应值, 可以按以下步骤求这个一次函数的表达式:

设所求的一次函数表达式为  $y=kx+b$ , 其中  $k, b$  是待确定的常数,  $k \neq 0$ ;

把两对已知的自变量与函数的对应值分别代入  $y=kx+b$ , 得到关于  $k, b$  的二元一次方程组;

解这个关于  $k, b$  的二元一次方程组, 求出  $k, b$  的值;

把求得的  $k, b$  的值代入  $y=kx+b$ , 就得到所求的一次函数表达式

这种求函数表达式的方法叫做待定系数法.

## 一次函数的图象

把一个函数的自变量  $x$  的值与函数  $y$  的对应值分别作为点的横坐标和纵坐标, 在直角坐标系中描出它的对应点, 所有这些点组成的图形叫做这个函数的图象.

一次函数  $y=kx+b$  ( $k, b$  都是常数, 且  $k \neq 0$ ) 可以用直角坐标系中的一条直线来表示, 这条直线也叫做一次函数  $y=kx+b$  的图象.

对于一次函数  $y=kx+b$  ( $k, b$  都是常数, 且  $k \neq 0$ ), 当  $k > 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $k < 0$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小.

## 一次函数的简单应用

确定两个变量是否构成一次函数关系的一种常用方法是利用图象去获得经验公式, 这种方法的基本步骤是:

通过实验、测量获得数量足够多的两个变量的对应值;

建立合适的直角坐标系, 在坐标系中, 以各对应值为坐标描点, 并用描点法画出函数的图象;

观察图象特征, 判定函数的类型.

## 反比例函数

函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0, x \neq 0$ ) 叫做反比例函数, 这里的  $x$  是自变量,  $y$  是关于  $x$  的函数,

$k$  叫做比例系数.



## 反比例函数的图象和性质

反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ) 的图象是由两个分支组成的曲线. 当  $k > 0$  时, 图象在一、三象限; 当  $k < 0$  时, 图象在二、四象限.

反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数,  $k \neq 0$ ,  $x \neq 0$ ) 的图象关于直角坐标系的原点成中心对称.

当  $k > 0$  时, 在图象所在的第一、三象限内, 函数值  $y$  随自变量  $x$  的增大而减小; 当  $k < 0$  时, 在图象所在的第二、四象限内, 函数值  $y$  随自变量  $x$  的增大而增大.

## 反比例系数的几何意义

过反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图像上任一点  $P$  作  $x$  轴、 $y$  轴的垂线  $PM$ ,  $PN$ , 则所得的矩形

$PMON$  的面积  $S = PM \cdot PN = |y| \cdot |x| = |xy|$ .  $\because y = \frac{k}{x}$ ,  $\therefore xy = k$ ,  $S = |k|$ .

## 反比例函数的应用

建立数学模型的过程, 具体内容可概括为:

由实验获取数据——用描点法画出图象——根据图象和数据判断或估计函数的类别——用待定系数法求出函数关系式——用实验数据验证函数关系式——应用函数关系式解决问题.

## 二次函数

把形如  $y = ax^2 + bx + c$  (其中  $a, b, c$  是常数,  $a \neq 0$ ) 的函数叫做二次函数, 称  $a$  为二次项系数,  $b$  为一次项系数,  $c$  为常数项.

## 二次函数的图象

二次函数  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象是一条抛物线, 它关于  $y$  轴对称, 顶点是坐标原点.

当  $a > 0$  时, 抛物线的开口向上, 顶点是抛物线的最低点;

当  $a < 0$  时, 抛物线的开口向下, 顶点是抛物线的最高点.

函数  $y = a(x - m)^2 + k$  ( $a \neq 0$ ) 的图象, 可以由函数  $y = ax^2$  的图象先向右 (当  $m > 0$  时) 或向左 (当  $m < 0$  时) 平移  $|m|$  个单位, 再向上 (当  $k > 0$  时) 或向下 (当  $k < 0$  时) 平移  $|k|$  个单位得到, 顶点是  $(m, k)$ , 对称轴是直线  $x = m$ .

函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的图象是一条抛物线, 它的对称轴是直线  $x = -\frac{b}{2a}$ , 顶点坐标是

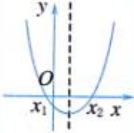
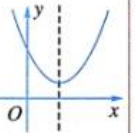
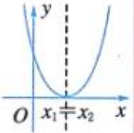
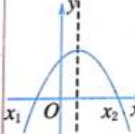
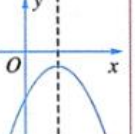
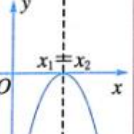
$$\left( -\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$$

当  $a > 0$  时，抛物线开口向上，顶点是抛物线上的最低点；

当  $a < 0$  时，抛物线开口向下，顶点是抛物线上的最高点。

## 二次函数的性质

二次函数  $y = ax^2$  ( $a \neq 0$ ) 的图象具有如下性质：

条件	图象			增减性	最大(小)值
$a > 0$	$b^2 - 4ac > 0$		$b^2 - 4ac = 0$	当 $x \leq -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小; 当 $x \geq \frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大.	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 达到最小值: $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ; 无最大值.
	$b^2 - 4ac < 0$				
	$b^2 - 4ac = 0$				
$a < 0$	$b^2 - 4ac > 0$		$b^2 - 4ac = 0$	当 $x \leq -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而增大; 当 $x \geq \frac{b}{2a}$ 时, $y$ 随 $x$ 的增大而减小.	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时, $y$ 达到最大值: $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ ; 无最小值.
	$b^2 - 4ac < 0$				
	$b^2 - 4ac = 0$				

## 二次函数的应用

运用二次函数求实际问题中的最大值或最小值，首先应当求出函数表达式和自变量的取值范围，然后通过配方变形，或利用公式求它的最大值或最小值。注意：由此求得的最大值或最小值对应的自变量的必须在自变量的取值范围内。

[返回](#)

## 解直角三角形

### 锐角三角函数

锐角  $a$  的正弦、余弦和正切统称  $\angle a$  的三角函数.

如果  $\angle a$  是  $Rt\triangle ABC$  的一个锐角, 则有

$$\sin A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\text{斜边}}, \quad \cos A = \frac{\angle A \text{的邻边}}{\text{斜边}}, \quad \tan A = \frac{\angle A \text{的对边}}{\angle A \text{的邻边}}$$

### 锐角三角函数的计算

特殊角的三角函数值表

三角函数值 角 三角函数	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在
$\cot \alpha$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

### 解直角三角形

在直角三角形中, 由已知的一些边、角, 求出另一些边、角的过程, 叫做解直角三角形.

[返回](#)

# 统计

## 数据的收集和整理

在收集数据时，常采用划记法记录数据，写“正”。

对收集到的原始数据往往需要进行整理、分析，从中寻找规律，发现有用的信息。将数据分类、排序是整理数据的常用方法。

全面调查：对所有的考察对象作调查；

抽样调查：从所有对象中抽取一部分作调查分析。

在统计中，我们把所要考察的对象的全体叫做总体，把组成总体的每一个考察对象叫做个体，样本中个体的数目叫做样本容量。

如果在抽样时，每一个个体抽到的机会都相等，这样的抽样方法叫做简单随机抽样。

## 条形统计图和折线统计图

条形统计图：一般由两条互相垂直的数轴和若干长方形组成，两条数轴分别表示两个不同类别的标目，长方形的高表示其中一个标目的数据。

折线统计图：由两条代表不同标目的数轴和折线组成，折线上被线段连接的各点同时反映不同的标目。

## 扇形统计图

扇形统计图：用圆和扇形分别表示关于总体和各个组成部分数据的统计图。

## 频数与频率

组距：每一组的后一个边界值和前一个边界值的差。

频数：指分组后落在各小组内的数据个数。

频数统计表：反映数据分布情况的统计表，也称频数表。

频率：每一组数据频数与数据总数的比叫做这一组数据（或事件）的频率。

列频数统计表一般步骤如下：

选取组距，确定组数：组数通常取大于  $(\text{最大值} - \text{最小值}) \div \text{组距}$  的最小整数，通常分 5—8 组；

确定各组的边界值：为了使数据不落在边界上，边界值可以比实际数据多取一位小数；

列表，填写组别和统计各组频数

## 频数直方图

根据数据的频数表，可以用统计图把它直观地表示出来。

由若干个宽等于组距，面积表示每一组频数的长方形组成的统计图叫做频数直方图，简称直方图。

当各组组距都相等时，可以把组距看成“1”，那么各个小长方形的面积与它的高度在数值上相等，可以用纵轴上的刻度表示频数。

## 平均数

有  $n$  个数  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ，我们把  $\frac{1}{n}(x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n)$  叫做这  $n$  个数的算术平均数，简称平均数，记做  $\bar{x}$ （读作“ $x$  拔”）

像  $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot a_1 + x_2 \cdot a_2 + \dots + x_n \cdot a_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}$  这种形式的平均数叫做加权平均数，其中分母  $a_1, a_2, \dots, a_n$  表示各相同数据的个数，称为权。权越大，对平均数的影响就越大，加权平均数的分母恰好为各权的和。

## 中位数和众数

众数：一组数据中出现次数最多的那个数据叫做这组数据的众数。

中位数：将一组数据按从小到大（或从大到小）的顺序排列，位于最中间的一个数据（当数据个数为奇数时）或最中间两个数的平均数（当数据个数为偶数时）叫做这组数据的中位数。

平均数、中位数和众数都是数据的代表，它们从不同侧面反映了数据的集中程度，但也存在各自的局限。如平均数容易受极端值得影响；众数、中位数不能充分利用全部数据信息。

## 方差和标准差

在评价数据的稳定性时，我们通常将各数据偏离平均数的波动程度作为指标。

各数据与平均数的差的平方的平均数  $s^2 = \frac{1}{n} \left[ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right]$  叫做这组数据的方差。

方差越大，说明数据的波动越大，越不稳定。

一组数据的方差的算术平方根  $s = \sqrt{\frac{1}{n} \left[ (x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right]}$  称为这组数据的标准差。

[返回](#)

# 概率

## 事件的可能性

把在一定条件下一定会发生的事件叫做必然事件；

把在一定条件下一定不会发生的事件叫做不可能事件；

把在一定条件下可能发生，也可能不发生的事件叫做不确定事件或随机事件。

## 简单事件的概率

把事件发生可能性的大小称为事件发生的概率，一般用 $P$ 表示。事件 $A$ 发生的概率记为 $P(A)$ 。

必然事件发生的概率为100%，即 $P(\text{必然事件})=1$ ；

不可能事件发生的概率为0，即 $P(\text{不可能事件})=0$ ；

随机事件的概率介于0与1之间，即 $0 < P(\text{随机事件}) < 1$ 。

如果事件发生的各种结果的可能性相同且互相排斥，结果总数为 $n$ ，事件 $A$ 包含其中的结果数为 $m$  ( $m \leq n$ )，那么事件 $A$ 发生的概率为：
$$P(A) = \frac{m}{n}$$

运用公式  $P(A) = \frac{m}{n}$  求简单事件发生的概率时，首先应确定所有结果的可能性都相等，然后确定所有可能的结果总数 $n$ 和事件 $A$ 包含其中的结果数 $m$ 。

## 用频率估计概率

在相同条件下，当重复试验的次数大量增加时，事件发生的概率就稳定在相应的概率附近。因此，我们可以通过大量重复试验，用一个事件发生的频率来估计这一事件发生的概率。

## 概率的简单应用

概率与人们生活密切相关，能帮助我们许多事件作出判断和决策。

[返回](#)